

# 缓倾斜薄板初次破断与周期破断运移规律分析

郭延华<sup>1</sup>, 李一帆<sup>1</sup>, 韩现刚<sup>1</sup>, 王超<sup>2</sup>

(1. 河北工程大学 土木工程学院, 邯郸 056038; 2. 济南文旅发展集团有限公司, 济南 250000)

**摘要:** 为研究倾斜薄板的运移规律, 基于三维模型分析了在非均布荷载条件下缓倾角顶板初次破断及周期破断的运移规律。根据薄板最小挠度理论及温克尔假设, 建立了倾斜薄板在不同边界条件下的力学模型, 推导了两种力学模型的挠度、弯矩及应力公式, 得出了倾斜薄板最大主应力随工作面推进的运移规律以及最大挠曲点的位置, 用 MATLAB 绘制挠度、弯矩与应力曲线。结果表明: 倾斜薄板的最大挠曲点相较于水平薄板有上移现象, 且弯矩  $|M_x| > |M_y|$ , 也大于顶板中心弯矩, 从而导致顶板长边优先达到极限弯矩并开始破坏。顶板上下表面的主应力呈现出  $\sigma_{x\max} > \sigma_{y\max}$  的分布特性, 且上表面主应力最大值位于长边区域附近。该研究为周期破断过程中的支架工作阻力特征分析提供了重要理论依据。

**关键词:** 倾斜薄板; 运移规律; 最小势能原理; MATLAB; 力学模型

中图分类号: TD313 文献标志码: A 文章编号: 1005-8249 (2026) 02-0085-09

DOI:10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2026.02.014

## Analysis of Movement Laws for Initial and Periodic Fractures in Gently Dipping Thin Plates

GUO Yanhua<sup>1</sup>, LI Yifan<sup>1</sup>, HAN Xiangang<sup>1</sup>, WANG Chao<sup>2</sup>

(1. Hebei University of Engineering School of Civil Engineering, Handan 056038, China;

2. Jinan Cultural & Tourism Development Group Co., Ltd., Jinan 250000, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of the migration law of inclined sheet, based on the three-dimensional model, the migration law of the initial and periodic breaking of the roof under the condition of certain inclination angle and heterogeneous load is analyzed in depth. According to the theory of minimum deflection of thin plate and Winkel's hypothesis, the mechanical model of inclined thin plate under different boundary conditions is established, and the mechanical analysis of the initial and periodic breaking models is carried out respectively. Using the principle of minimum potential energy and Winkel's hypothesis, the deflection formulas of the two mechanical models are derived, and the corresponding bending moments and stresses are calculated. The deflection curve, bending moment curve and stress curve of the engineering example are drawn by MATLAB software, and the migration law of the maximum principal stress of the inclined sheet with the advancement of the working face and the position of the maximum deflection point are obtained. The results show that the maximum deflection point of the inclined sheet moves upwards compared with the horizontal sheet, and the bending moment  $|M_x| > |M_y|$  is also greater

项目来源: 国家自然科学基金项目 (编号: U1361208, 52074100); 深部煤矿采动响应与灾害防控国家重点实验室开放基金项目 SKLMRDPC19KF04)。

作者简介: 郭延华 (1972—), 男, 硕士, 教授, 研究方向: 煤矿安全及地下工程。

通信作者: 王超 (1993—), 男, 硕士, 工程师, 研究方向: 岩石力学。

收稿日期: 2024-11-15

## 岩土力学

than the bending moment in the center of the roof, which causes the long side of the roof to reach the ultimate bending moment and begin to fail. Further analysis shows that the principal stress on the upper and lower surfaces of the roof presents the distribution characteristics of  $\sigma_{x\max} > \sigma_{y\max}$ , and the maximum principal stress on the upper surface is located near the long side region. This study provides an important theoretical basis for the analysis of the working resistance characteristics of the scaffold during the periodic breaking process.

**Key words:** inclined thin plate; migration pattern; principle of minimum potential energy; MATLAB; mechanical model

## 0 引言

顶板事故长期以来被视为采矿过程中风险较高的突发性灾害,无论是周期破断还是初次破断,都会直接影响矿井的安全性和作业效率。顶板破坏的运移规律与矿山压力密切相关,同时为分析支架工作阻力的压缩特征提供了重要依据。

薄板破断的运移规律,国内外学者已取得了重要成果。左建平等<sup>[1-2]</sup>基于中厚板理论,构建了不同岩层厚度下的破断力学模型,深入探讨了岩层厚度对破断行为的影响;高晓进、蔺星宇等<sup>[3-4]</sup>分析了煤层直接覆盖硬厚顶板的侧向破断模式,对不同矿区采场的支承压力进行动态监测,揭示了采场支承压力的动态迁移特性及应力区域差异;陈冬冬等<sup>[5]</sup>在考虑支撑能力弱化的基础上,建立顶板边界模型,得到了煤柱区顶板断裂线的力学公式;张守宝等<sup>[6]</sup>基于弹性薄板力学理论,构建了直角梯形基本顶板的初次破断力学模型,并推导出了其弯矩公式;刘一扬等<sup>[7]</sup>基于组合变形原理,建立了厚硬岩层周期破断步距力学模型,推导出了周期破断步距公式;朱卫兵等<sup>[8]</sup>研究了高位关键层的破断运动特征,探讨了“弧形三角板”结构的破断失稳规律;滕博等<sup>[9]</sup>结合组合梁原理和弹性薄板理论,预测了工作面离层的发育位置,并通过计算上下岩层的挠度差,确定了离层的体积及破断距离;胡威等<sup>[10]</sup>基于薄板和关键层理论,推导出裂隙带发育高度公式;李子臣等<sup>[11]</sup>建立了急倾斜煤层俯伪斜采场的弹性薄板模型;分析了煤层倾角和俯采角度对顶板应力的影响,提出了新型力学模型。何富连等<sup>[12]</sup>基于有限差分法和主弯矩破断准则,研究了影响基本顶板破断位置、顺序和形态的关键因素。结果表明,随着煤体塑性区范围和程度的增大,基本顶的悬顶跨度减小,断裂深度则增加。何文瑞等<sup>[13]</sup>以马道头矿坚硬厚顶板

和特厚煤层综放开采为背景,基于极限平衡理论,确定基本顶沿空巷道侧方断入煤体深度约为 17 m;谢生荣等<sup>[14]</sup>通过建立弹性基础边界条件下的基本顶薄板周期破断力学模型,并采用有限差分法进行分析,研究了顶板参数对主弯矩分布及周期破断规律的影响。

以倾斜顶板为主要研究对象,将上覆岩层荷载简化为由均布荷载和三角形荷载组成的梯形分布<sup>[15]</sup>,构建了四边固支条件下的顶板初次破断力学模型和三边固支、一边简支的周期破断力学模型<sup>[16-18]</sup>。基于最小挠度原理和温克尔假设<sup>[19]</sup>,综合考虑下部研石支撑的载荷作用,推导了顶板在两种破断模式下的挠度、弯矩及应力解,并分析了顶板的运移规律。

## 1 首次开采初次来压与周期来压模型求解

### 1.1 顶板力学模型的建立

建立如图 1 所示的力学模型,设板的  $x$  方向长度为  $b$ ,  $y$  方向长度为  $a$  ( $b < a$ ),厚度为  $H_1$ 。顶板上、下埋深分别为  $H_0$ 、 $H_2$ 。基本顶板承受的上覆岩层非均布荷载  $q$ ,其由均布荷载和三角形荷载构成梯形分布。设岩层平均容重为  $\gamma$ ,顶板倾角  $\alpha$ ,弹性模量为  $E$ ,泊松比为  $\mu$ ,抗弯刚度为  $D$ ,板的挠度为  $\omega$ ,内力弯矩为  $M_x$ 、 $M_y$ ,顶板应力为  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 。工作面顶板斜面受荷载  $Q = \gamma H_0 + \gamma (H_2 - H_0) / a$ ,其横向、纵向分量分别为  $Q_x = Q \sin \alpha$ ,  $Q_y = Q \cos \alpha$ 。基本顶自重荷载  $G = \gamma H_1$ ,可分解为横向荷载  $G_x = G \cos \alpha$ ,竖向荷载  $G_y = G \sin \alpha$ 。

### 1.2 顶板理论基本假设

假设顶板为均质连续的理想弹性体,倾斜角度为  $22^\circ$ ,厚度  $H_1 < (1/8 \sim 1/5) b$  ( $b$  为短边宽度)。其正应力  $\sigma_z$  面内的应力  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ ,可以忽略不计。板变形前后,垂直于中性面的垂线保持垂直。根据薄板最

小挠度理论<sup>[19]</sup>，顶板在纵向载荷下的变形可忽略。

### 1.3 初次破断顶板力学模型求解

在工作面初次开采前，上覆岩层保持完整，可将顶板视为四边固支的矩形弹性薄板力学模型，如图 1 所示。

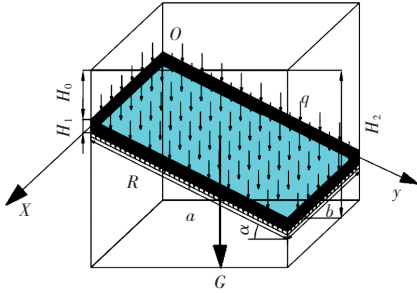


图 1 顶板破断受力模型

Fig. 1 Mechanical model of roof fracture

工作面采空区下方的充填矸石支撑体与上覆岩层共同形成一个协同作用的整体。上覆岩层的变形会直接影响矸石载荷的变化。基于薄板最小挠度理论和温克尔假设，可得板任意点的基础反力  $R$  与该点的挠度  $\omega$  成正比：

$$R = K\omega \quad (1)$$

式中： $R$  由矸石载荷产生的板基础反力； $K$  为矸石的等效弹性系数； $\omega$  为基本顶的挠度。由顶板四边固支可知相应的边界条件为：

$$\omega_{x=0,x=b} = 0, \omega_{y=0,y=a} = 0 \quad (2)$$

$$C_1 = \frac{a[2H_1 + \gamma \cos\alpha(H_0 + H_2)]}{\left[ 9Ka + \frac{8Db^2\pi^4(3a^4 + 2a^2b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin\alpha(H_0 + 2H_1\pi^2 + H_2\pi^2) \right]} \quad (8)$$

则初次破断顶板破断的挠曲线函数为：

$$\omega = \frac{a[2H_1 + \gamma \cos\alpha(H_0 + H_2)] \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{b} \right) \left( 1 - \cos \frac{2\pi y}{a} \right)}{\left[ 9Ka + \frac{8Db^2\pi^4(3a^4 + 2a^2b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin\alpha(H_0 + 2H_1\pi^2 + H_2\pi^2) \right]} \quad (9)$$

同理可以得到顶板的应力和弯矩公式：

$$\left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_{x=0,x=b} = 0, \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)_{x=0,x=a} = 0 \quad (3)$$

设顶板初次破断的挠度函数为：

$$\omega = C_1 \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{b} \right) \left( 1 - \cos \frac{2\pi y}{a} \right) \quad (4)$$

根据最小势能原理求得  $C_1$ ：

$$I = U - L - W \quad (5)$$

$$\begin{cases} U = \frac{D}{2} \iint (\nabla^2 \omega)^2 dx dy \\ L = \iint (Q_x + G_x - R) \omega dx dy \\ W = \frac{1}{2} \iint (Q_x + G_x) \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 dx dy \end{cases} \quad (6)$$

式中： $U$  为薄板的形变势能； $L$  为横向载荷的功，薄板的横向分布力由上覆岩层载荷的横向分量和采空区底部矸石的基础反力组成； $W$  为薄板纵向荷载做功。

抗弯刚度：

$$D = \frac{EH_1^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (7)$$

令  $\frac{\partial I}{\partial C_1} = 0$ ，求得  $C_1$ ：

## 岩土力学

$$\left\{ \begin{aligned} M_x &= - \int_{-\frac{h_1}{2}}^{\frac{h_1}{2}} \sigma_x z dz = - D \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \\ & A_1 \left[ \frac{\cos \frac{2\pi x}{b}}{b^2} \left( \cos \frac{2\pi y}{a} - 1 \right) + \mu \frac{\cos \frac{2\pi y}{a}}{a^2} \left( \cos \frac{2\pi x}{b} - 1 \right) \right] \\ M_x &= \frac{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)}{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_y &= - \int_{-\frac{h_1}{2}}^{\frac{h_1}{2}} \sigma_y z dz = - D \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \\ & A_1 \left[ \frac{\cos \frac{2\pi y}{a}}{a^2} \left( \cos \frac{2\pi x}{b} - 1 \right) + \mu \frac{\cos \frac{2\pi x}{b}}{b^2} \left( \cos \frac{2\pi y}{a} - 1 \right) \right] \\ M_y &= \frac{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)}{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$A_1 = 4\pi^2 Da [2H_1 + \gamma \cos \alpha (H_0 + H_2)] \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_x &= - \frac{Ez}{1 - \mu^2} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \\ & B_1 \left[ \frac{\cos \frac{2\pi x}{b}}{b^2} \left( \cos \frac{2\pi y}{a} - 1 \right) + \mu \frac{\cos \frac{2\pi y}{a}}{a^2} \left( \cos \frac{2\pi x}{b} - 1 \right) \right] \\ \sigma_x &= \frac{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)}{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_y &= - \frac{Ez}{1 - \mu^2} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \\ & B_1 \left[ \frac{\cos \frac{2\pi x}{a}}{a^2} \left( \cos \frac{2\pi x}{b} - 1 \right) + \mu \frac{\cos \frac{2\pi x}{b}}{b^2} \left( \cos \frac{2\pi y}{a} - 1 \right) \right] \\ \sigma_y &= \frac{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)}{9Ka + \frac{8Db^2 \pi^4 (3a^4 + 2a^2 b^2 + 3b^4)}{a^3} - 96\pi \sin \alpha (H_0 + 2H_1 \pi^2 + H_2 \pi^2)} \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$B_1 = \frac{4\pi^2 Eza[2H_1 + \gamma \cos\alpha(H_0 + H_2)]}{1 - \mu^2} \quad (15)$$

#### 1.4 周期破断顶板力学模型求解

通过对顶板初次断裂的分析可知, 顶板长边中央区域的弯矩最大, 会首先达到其极限弯矩值, 从

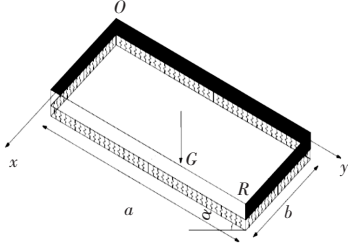


图2 周期破断三边固支一段简支力学模型

Fig. 2 Mechanical model of periodically fractured roof with three edges fixed and one edge simply supported

而引发长边发生断裂。在长边断裂后, 可将其视为简支边。此时可建立顶板三边固支、一边简支的周期性断裂模型, 如图2所示。

边界条件为:

$$\omega_{x=0, x=b} = 0, \omega_{y=0, y=a} = 0 \quad (16)$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)_{x=b} = 0, \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)_{x=0, x=a} = 0 \quad (17)$$

设顶板周期破断的挠度函数为:

$$\omega = C_2 \sin\left(\frac{\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) y \quad (18)$$

同理求得  $C_2$ :

$$C_2 = A_4 / (A_3 - B_3 + C_3) \quad (19)$$

$$\begin{cases} A_3 = 12a^3 b K \pi^3 (2\pi - 1) (8\pi^2 - 15) \\ B_3 = Da^3 b \pi^2 (512a^4 \pi^2 + 960a^4 + 320a^2 b^2 \pi^2 - 120a^2 b^2 + 246b^4 \pi^2 - 461b^4) \\ C_3 = 16H_2 ab \gamma \sin\alpha [10 + 2\pi^2 + \gamma(H_0 + H_1)(8\pi^2 - 3)] \\ A_4 = 96Da^2 \pi^2 (b^4 - 4) (-3\pi a^4 b^5 + 8\pi a^4 b + 256b^3) \end{cases} \quad (20)$$

$$\omega = \frac{A_4}{A_3 - B_3 + C_3} \sin\left(\frac{\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) y \quad (21)$$

由弹性力学中薄板上的力学计算公式, 可以得到顶板的应力和弯矩公式:

$$M_x = \frac{A_4 \left\{ \mu \frac{4\cos^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \left[ b \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) + y \pi \cos\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \right]}{a^2} + \frac{\pi y \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \left[ 9\sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) - 7 \right]}{2b} \right\}}{A_3 - B_3 + C_3} \quad (22)$$

$$M_y = \frac{A_4 \left\{ \frac{4\pi \cos^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \left[ b \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) + y \pi \cos\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \right]}{a^2} + \frac{\mu \pi^2 y \sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \left[ 9\sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) - 7 \right]}{2b} \right\}}{A_3 - B_3 + C_3} \quad (23)$$

# 岩土力学

$$\sigma_x = \frac{A_5 \left\{ \frac{4\cos^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right)\sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right)\left[ b\sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) + y\pi\cos\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \right]}{a^2} + \frac{\pi y\sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right)\sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right)\left[ 9\sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) - 7 \right]}{2b} \right\}}{A_3 - B_3 + C_3} \quad (24)$$

$$\sigma_y = \frac{A_5 \left\{ \frac{4\pi\cos^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right)\sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right)\left[ b\sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) + y\pi\cos\left(\frac{2\pi y}{a}\right) \right]}{a^2} + \frac{\mu\pi^2 y\sin\left(\frac{\pi x}{2b}\right)\sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right)\left[ 9\sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right) - 7 \right]}{2b} \right\}}{A_3 - B_3 + C_3} \quad (25)$$

$$A_5 = \frac{96EzDa^2\pi^2(b_4 - 4)(-3\pi a^4b^5 + 8\pi a^4b + 256b^3)}{1 - \mu^2} \quad (26)$$

## 2 首次开采初次来压周期来压运移分析

### 2.1 工程案例

研究背景基于黄山矿 15201 工作面的首次开采。该矿层具有较好的稳定性，倾角平均为  $22^\circ$ ，开采方向示意图如图 3 所示。其中模型长度  $a$  为 120 m，宽度  $b$  为 40 m，顶板厚度  $H_1$  为 3.1 m，弹性模量  $E$  为 17.40 GPa，泊松比  $\mu$  为 0.25。上覆岩层平均容重  $\gamma$  为  $25 \text{ kN/m}^3$ ，顶板上端头埋深  $H_0$  为 57.81 m，下端头埋深  $H_2$  为 452.24 m。

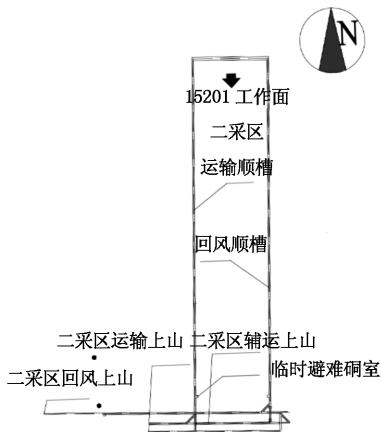
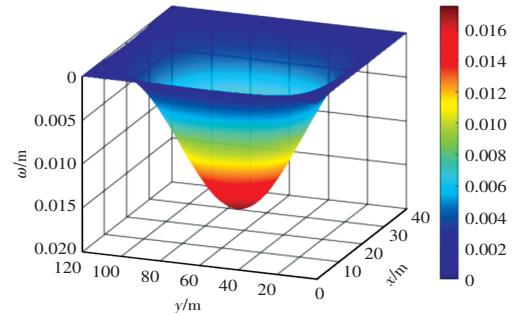


图 3 工作面开采方向示意图

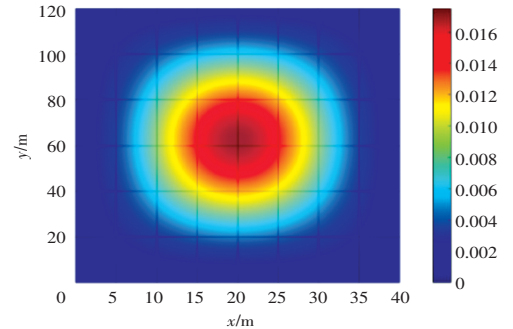
Fig. 3 Schematic diagram of the working face advance direction

### 2.2 初次来压运移分析

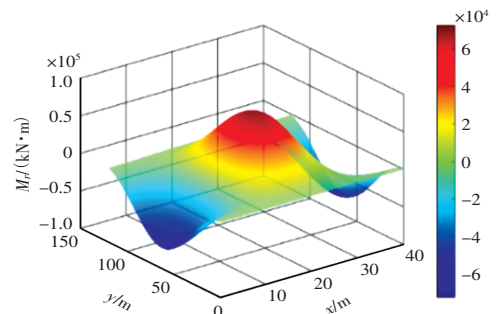
基于 MATLAB 软件绘制不同边界条件下顶板运移规律模型图如图 4~5 所示。



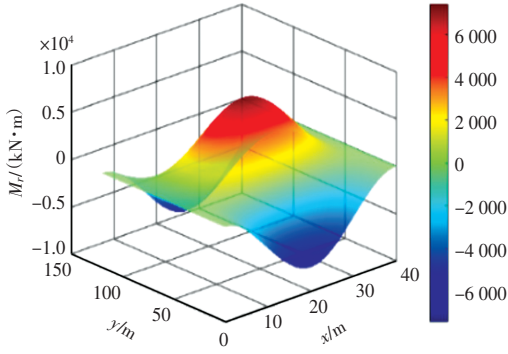
(a) 初次破断顶板  $\omega$  曲线



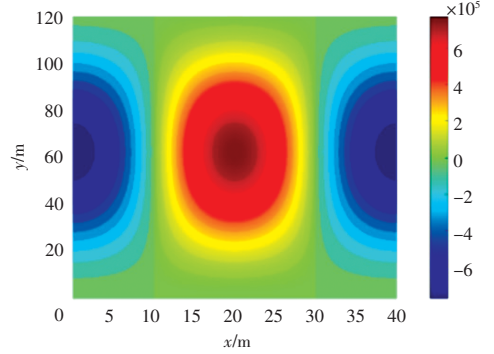
(b) 初次破断顶板  $\omega$  分布图



(c) 初次破断顶板  $M_x$  曲线



(d) 初次破断顶板  $M_y$  曲线

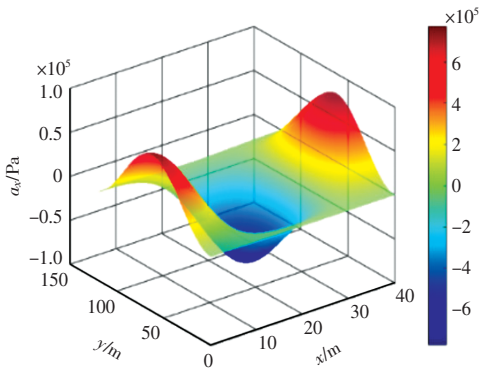


(h) 初次破断下表面等值线图

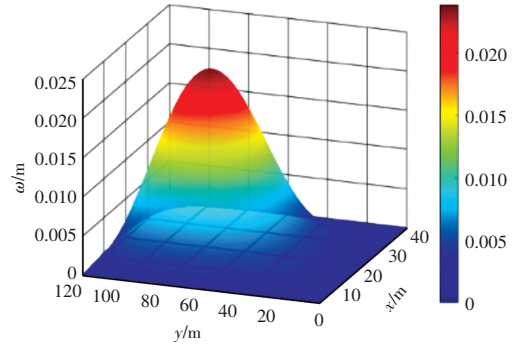
图 4 各初次破断顶板挠度、弯矩、应力分布曲线图  
Fig. 4 Distribution curves of deflection bending moment and stress in the initially fractured roof

### 2.3 周期来压运移分析

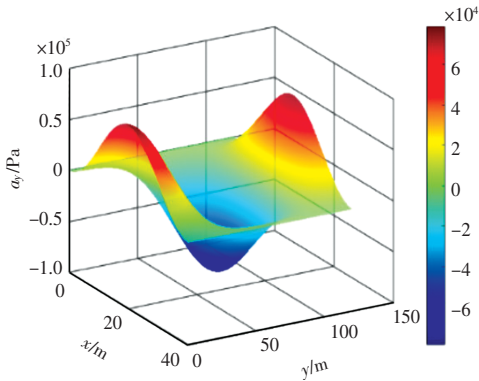
周期顶板运移规律，如图 5 所示。



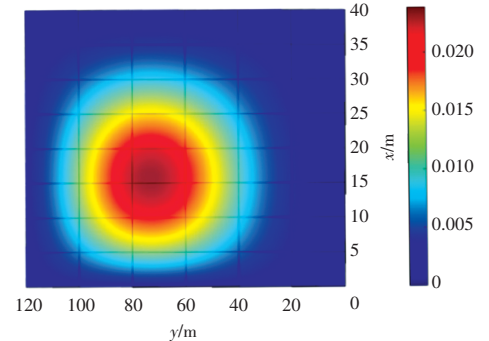
(e) 初次破断顶板  $\sigma_x$  曲线



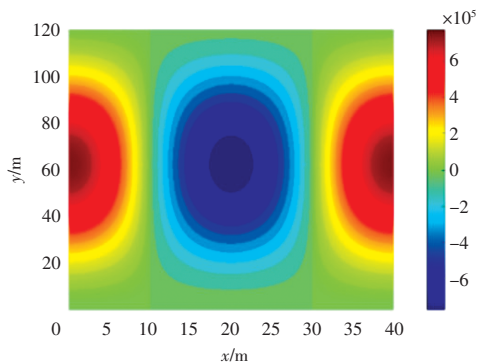
(a) 周期破断顶板  $\omega$  曲线



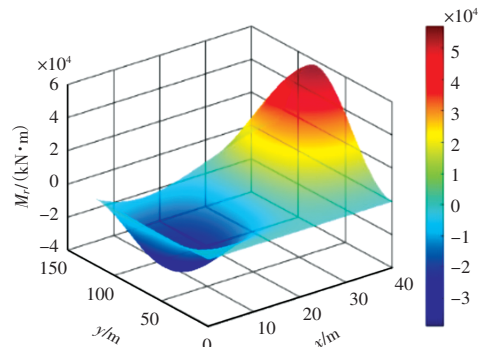
(f) 初次破断顶板  $\sigma_y$  曲线



(b) 初次破断顶板  $\omega$  分布图

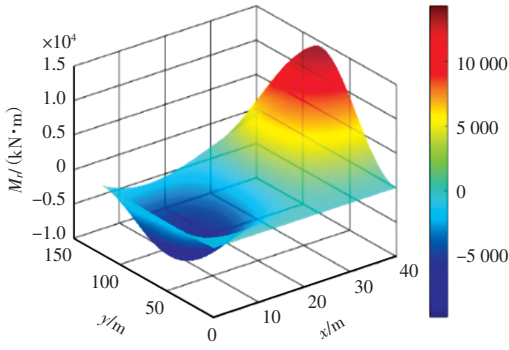
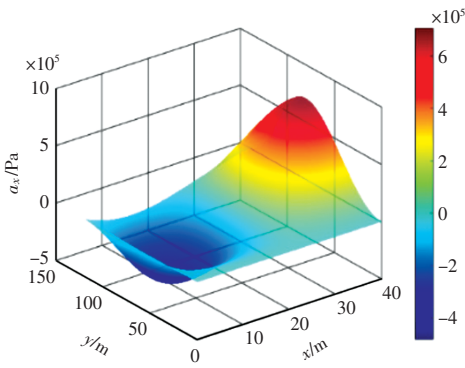
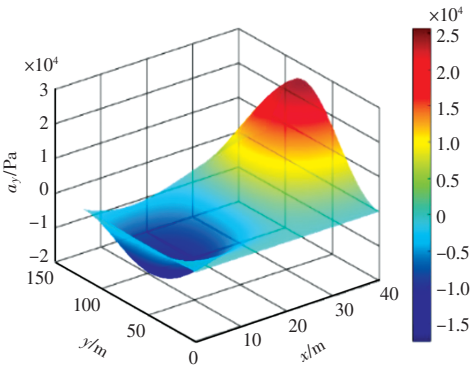
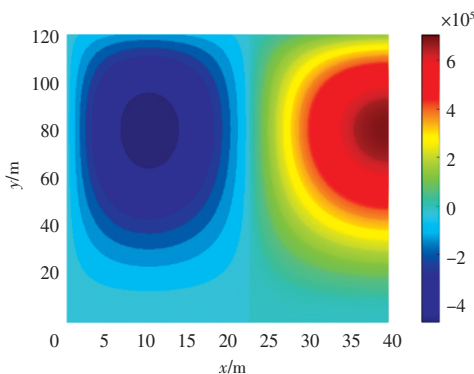


(g) 初次破断上表面等值线图

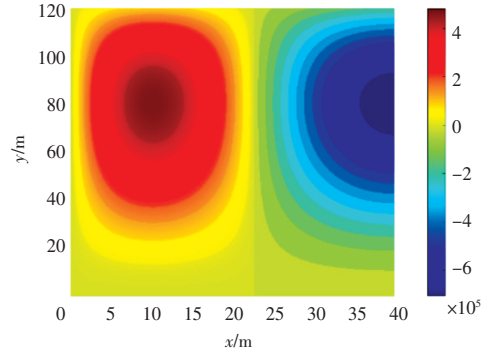


(c) 周期破断顶板  $M_x$  曲线

## 岩土力学

(d) 周期破断顶板  $M_y$  曲线(e) 周期破断顶板  $\sigma_x$  曲线(f) 周期破断顶板  $\sigma_y$  曲线

(g) 周期破断上表面等值线图



(h) 周期破断上表面等值线图

图5 各周期破断顶板挠度、弯矩、应力分布曲线图  
Fig.5 Distribution curves of deflection bending moment and stress in the fractured roof at various stages

与水平顶板相比,图4(a)显示在梯形荷载下,倾斜薄板的挠度沿倾向呈线性分布,且挠度曲线明显非对称。几何中心并非最大挠度点,最大挠度偏移到中心偏上的区域。在煤层顶板上,最大挠度点位于  $(b/2, 4a/7)$  处,且顶板表面最大主应力呈现  $\sigma_{x\max} > \sigma_{y\max}$  的不对称性。随着工作面推进,顶板长边缘形成半“O”形应力集中区,其中拉应力的峰值位于长边中部(见图5(g))。相应的,顶板下表面的主应力也表现出  $\sigma_{x\max} > \sigma_{y\max}$  的非对称性,随着工作面推进,拉应力逐渐增大,最终形成由“O”形转为“X”形的应力区域,当应力达到极限时发生初次破断。

在周期性破断过程中,挠度在  $(3a/8, 2b/3)$  附近达到最大值(图5(b))。此外,  $M_x$  的绝对值大于  $M_y$  并超过顶板中心弯矩。顶板表面主应力峰值位于长边  $(b, a/2)$  附近,且呈现双向不对称分布。随着工作面推进,右长边缘形成半“O”形拉应力区域,最大拉应力位于右长边中部(图5(g))。进一步推进后,拉应力分布扩展至短边,左长边形成“<”形拉应力区域(图5(h))。同样,顶板下表面主应力最大值仍然满足  $\sigma_{x\max} > \sigma_{y\max}$ 。

### 3 结论

为研究缓倾斜薄板初次破断与周期破断在梯形荷载下的运移规律,基于薄板最小挠度理论及温克尔假设,得到以下结论:

(1) 倾斜煤层顶板在梯形荷载作用下的破断机理,根本在于荷载分布的非对称性。该荷载导致顶板挠度、内力及应力均呈现显著的双向不对称特征,最大挠度点偏离几何中心至  $(b/2, 4a/7)$  处,且主

导弯矩  $M_x$  及最大主应力  $\sigma_{\max}$  均大于  $y$  方向分量, 表明顶板倾向为主要的承力与破断发展方向。

(2) 顶板破断是一个动态演化过程, 其形态演进遵循“O-X-<”规律。初次破断前, 长边缘中部首先形成半“O”形应力集中区, 随后拉应力区向板内扩展并连接形成为“X”形, 最终导致失稳破断。

(3) 周期破断时, 因破断岩块结构的铰接作用, 应力集中区发生转移, 在右长边形成新的半“O”形应力区, 并在左长边(煤壁侧)演化为“<”形区域。

## 参 考 文 献

- [1] 左建平, 于美鲁, 孙运江, 等. 不同厚度岩层破断模式转变机理及力学模型分析 [J]. 煤炭学报, 2023, 48 (4): 1449 - 1463.
- [2] 左建平, 于美鲁, 胡顺银, 等. 不同厚度岩层破断模式实验研究 [J]. 采矿与岩层控制工程学报, 2019, 1 (2): 88 - 96.
- [3] 高晓进, 张震, 黄志增, 等. 深井直覆硬厚顶板侧向破断模式及采动应力响应特征研究 [J]. 岩土力学, 2024, 45 (8): 2450 - 2461.
- [4] 蔺星宇, 徐刚, 张震, 等. 大采高综放工作面支架动态响应特征研究及应用 [J/OL]. 煤炭学报, 2025, 50 (增刊1): 177 - 191. DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2024.0732.
- [5] 陈冬冬, 李子健, 谢生荣, 等. 弹 - 塑性基础边界两侧采空(留煤柱)基本顶板结构初次破断特征 [J]. 煤炭学报, 2024, 49 (5): 2195 - 2211.
- [6] 张守宝, 李强, 刘志高, 等. 伪斜工作面梯形采场的基本顶初次破断特征 [J]. 矿业科学学报, 2022, 7 (2): 175 - 184.
- [7] 刘一扬, 宋选民, 王仲伦. 厚硬岩层周期破断步距计算及影响因素分析 [J]. 煤炭工程, 2020, 52 (7): 106 - 111.
- [8] 朱卫兵, 于斌, 鞠金峰, 等. 采场顶板关键层“横 U - Y”型周期破断特征的试验研究 [J]. 煤炭科学技术, 2020, 48 (2): 36 - 43.
- [9] 滕博, 李东顶, 李文平. 基于弹性薄板理论的大南湖矿区弱胶结覆岩离层动态演化规律研究 [J]. 煤炭技术, 2024, 43 (11): 45 - 50.
- [10] 胡威, 高志强. 基于薄板理论的覆岩导水裂隙带高度研究 [J]. 煤炭科技, 2024, 45 (3): 126 - 130.
- [11] 李子臣, 王沉, 张浩鑫, 等. 急倾斜煤层俯伪斜工作面基本顶破断特征分析 [J]. 煤炭工程, 2023, 55 (6): 94 - 100.
- [12] 何富连, 何文瑞, 陈冬冬, 等. 考虑煤体弹 - 塑性变形的基本顶板初次破断结构特征 [J]. 煤炭学报, 2020, 45 (8): 2704 - 2717.
- [13] 何文瑞, 何富连, 陈冬冬, 等. 坚硬厚基本顶特厚煤层综放沿空掘巷煤柱宽度与围岩控制 [J]. 采矿与安全工程学报, 2020, 37 (2): 349 - 358, 365.
- [14] 谢生荣, 陈冬冬, 何尚森, 等. 基本顶弹性基础边界薄板模型分析 (II) —— 周期破断 [J]. 煤炭学报, 2017, 42 (12): 3106 - 3115.
- [15] 薛熠, 滕腾, 王希贺, 等. 采场顶板破断模型及垮落规律分析 [J]. 科学技术与工程, 2016, 16 (7): 156 - 161.
- [16] 浦海, 黄耀光, 陈荣华. 采场顶板 X - O 型断裂形态力学分析 [J]. 中国矿业大学学报, 2011, 40 (6): 835 - 840.
- [17] 王新丰, 高明中, 陈雨雪, 等. 基于弹性薄板理论的采场顶板破断特征分析 [J]. 金属矿山, 2015 (6): 24 - 28.
- [18] 屠洪盛, 屠世浩, 陈芳, 等. 基于薄板理论的急倾斜工作面顶板初次变形破断特征研究 [J]. 采矿与安全工程学报, 2014, 31 (1): 49 - 54, 59.
- [19] 徐芝纶. 弹性力学: 下册 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2015: 1 - 3, 75 - 78, 3 - 10.

(上接第 77 页)

- [18] HU C, WENG X, YAN X, et al. Study on frost resistance and abrasion resistance of fiber mesh reinforced concrete; E3S Web of Conferences [C], 2020. EDP Sciences.
- [19] 朱德举, 黄伟, 郭帅成. 树脂涂层及海水浸泡对玄武岩纤维织物增强海水海砂混凝土力学性能的影响 [J]. 复合材料学报, 2024, 41 (8): 4211 - 4224.
- [20] 王妹嫻. B - FRCM 加固钢筋混凝土梁抗弯性能有限元分析 [D]. 长春: 吉林建筑大学, 2019.
- [21] 王娟. 玄武岩纤维的生产及其应用 [J]. 国际纺织导报, 2022, 50 (2): 3 - 6.
- [22] DADVAR S A, MOUSA S, MOHAMED H M, et al. Eccentric loading behavior of fibrous self - consolidated concrete columns reinforced with basalt FRP (BFRP) bars and spirals [J]. Engineering Structures, 2025, 325: 119408.
- [23] HU P, SONG X, LIU Y, et al. Optimizing fiber - reinforced flexible concrete blankets: A study on basalt fiber effects on strength properties [J]. Construction and Building Materials, 2024, 456: 139272.
- [24] 谢剑, 刘家旺, 李伟, 等. 玄武岩纤维网格增强磷酸镁水泥砂浆复合材料力学性能 [J]. 复合材料学报, 2024, 41 (10): 5492 - 5503.