2025 年 4月

岩土力学

基于折叠突变理论的双应变软化夹层隧道围岩稳定性分析

Stability Analysis of Surrounding Rock of Double Strain Softening Sandwich Tunnel based on Collapse Catastrophe Theory

魏艳君^{1,2},李 忠^{1,2},陈家征^{1,2},刘志鹏^{1,2}

(1. 石家庄铁道大学 土木工程学院,石家庄 050043;2. 道路与铁道工程安全保障省部共建教育部重点实验室,石家庄 050043)

摘 要:软弱夹层的应变软化特性使得隧道围岩开挖易发生冒顶、塌方等事故。以应变软化特性本构关系, 基于势能原理,建立双应变软化夹层组合下的折叠突变模型,推导出隧道围岩突变失稳判据;通过 FLAC 3D 模 拟软件分析不同剪切模量下围岩位移的变化规律。结果表明:双应变软化夹层,位移的变化主要在软弱夹层附 近,随着软弱夹层周围岩体剪切模量差距增大,夹层部位出现位移局部增大现象;且剪切模量越小,围岩越容 易突变失稳;基于折叠突变理论建立的双应变软弱夹层隧道围岩失稳判据是适用的,可以作为判别围岩稳定性 的补充,研究成果可为今后类似隧道工程设计、施工提供指导借鉴作用。

关键词:软弱夹层;双应变软化;围岩失稳;折叠突变模型;失稳判据
 中图分类号:U25 文献标志码:A 文章编号:1005-8249 (2025) 02-0067-07
 DOI:10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2025.02.012

WEI Yanjun^{1,2}, LI Zhong^{1,2}, CHEN Jiazheng^{1,2}, LIU Zhipeng^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. Key Laboratory of Road and Railway Engineering Safety Assurance, Jointly Established by

the Ministry of Education and the Ministry of Education, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: The strain softening characteristics of weak interlayers make tunnel surrounding rock excavation prone to accidents such as roof fall and collapse. Based on the principle of potential energy and the constitutive relationship of strain softening characteristics, a folded catastrophe model for the combination of dual strain softening interlayers is established, and a criterion for catastrophic instability of tunnel surrounding rock is derived. The results show that the displacement of the double strain softening interlayer mainly changes near the weak interlayer. As the difference in shear modulus between the weak interlayer and the surrounding rock mass increases, there is a local increase in displacement at the interlayer; The smaller the shear modulus, the more prone the surrounding rock is to sudden instability; The collapse catastrophe theory based criterion for surrounding rock. The research results can provide guidance and reference for the design and construction of similar tunnel projects in the future. **Key words**: weak intercalation; double strain softening; instability of surrounding rock; folding mutation model; instability criterion

作者简介:魏艳君(1998—),女,硕士研究生,研究方向:地质灾害超前预报及隧道地下工程。 通信作者:李 忠(1968—),男,博士,教授,研究方向:地质灾害超前预报及隧道地下工程。 收稿日期: 2023-04-06

岩十力学

0 引言

68

近年来,随着隧道建设的迅猛发展,安全事故 也频繁发生。因围岩失稳而产生的破坏会给隧道施 工带来很大的威胁,其中隧道塌方事故发生对人员 生命安全及社会经济效益造成了极大的损害,因此 在隧道工程中,对软弱围岩的稳定性分析是非常重 要的。

在软弱夹层应变软化特性研究方面,苏培东 等^[1]、王凯等^[2]考虑软弱夹层的应变软化特征,推 导了不同开挖条件含软弱夹层顺层岩质边坡渐进破 坏的微分方程,对比摩尔-库仑本构模型下的数值 计算结果,发现夹层应变软化更为合理;张巴图 等^[3]采用应变软化模型和岩体弹性模量劣化方法, 研究了塑性区范围随支护压力的变化规律;何怡 等^[4]、薛海斌等^[5]考虑软弱夹层中岩土体的应变软 化特性对矿山边坡变形体稳定性的影响,基于线性 应变软化 M-S 模型提出了容重增加法分析矿山边坡 变形体渐进破坏过程。在突变理论研究软弱夹层围 岩失稳方面,刘志鹏^[6]、陈舞等^[7]基于突变理论, 建立了剪应力 - 剪切变形本构关系的隧道洞口浅埋 段软弱围岩失稳的尖点突变模型, 推导得到围岩失 稳力学判据,表明隧道洞口浅埋段围岩失稳与岩土 体的应变软化程度、刚度比及含水率相关: 闫长斌 等^[8]基于势能原理,建立了深埋硬岩隧道失稳的尖 点突变模型,得到深埋硬岩隧道失稳力学判据;吴 庆发^[9]、胡长明等^[10]基于突变理论研究不同开挖步 对应掌子面的变形规律,结合二分法使用曲线拟合 法分析围岩失稳阈值,预判围岩失稳;廖元欢等^[11] 利用 FLAC 3D 软件分析开挖过程中围岩稳定性变化 规律,监测关键点位移变化,并将监测位移与尖点突 变理论相结合,建立判定巷道围岩稳定性的数学模型。

综上所述,关于隧道围岩稳定性国内外已有大 量研究成果,但以折叠突变理论为基础,来判断隧 道开挖过程中应变软化夹层隧道围岩稳定性研究较 少。因此,以那适二号线隧道为依托,研究软弱夹 层对隧道围岩稳定性的影响。考虑两组软弱夹层的 共同作用,软弱夹层均为应变软化特性,引入折叠 突变理论,建立折叠突变模型,推导出一种适合双 应变软化夹层隧道围岩突变失稳力学判据,对于含 软弱夹层的隧道围岩失稳的预报预警具有一定意义。

1 软弱夹层的突变失稳分析

隧道未开挖前,岩体处于稳定的平衡状态。随 着开挖的进行,原有的平衡产生了变化,岩体与岩 体之间并不是完整的一个整体,岩体本身在经历了 复杂的地质运动后,有的会产生微小的裂隙,这时 各向同性的材料属性将不再适用;同样,在高寒地 区较大温差也影响着岩体的性质。岩体与岩体间相 互接触的结构面也是各种工程地质灾害发生无法忽 视的原因,结构面是控制岩体力学性质的关键。随 着开挖的进行,层状岩体可能沿着结构面向下滑动 产生塌方。软弱夹层作为典型的层状岩体,其内部 填充的物质、填充的均匀与否对隧道的稳定性都有 影响,加上地下水的软化和侵蚀作用,隧道围岩易 失稳危及人身安全。因此隧道围岩突变失稳的类型、 失稳的控制因素以及如何避免软弱夹层的失稳需深 入研究。

2 双应变软化夹层组合下的折叠突变模型

2.1 隧道软弱夹层力学模型

设有两组均匀的软弱夹层分割了岩体,且相互 平行,两组均匀的软弱夹层与岩体接触密切,考虑两 组软弱夹层的共同作用,同时有支护提供抗力。如图 1 所示,两个软弱夹层的性质均为软化夹层。



2.2 隧道软弱夹层岩体失稳本构模型

应变软化指的是随着岩体应变(位移)的增加, 其所能提供的抗力更小,然而其更小并不是从一个 固定大于0的数值减小,而是先有一段上升的趋势, 然后再减小。具体的本构模型,这里采用一种更普 遍的 Weibull 分布模式,具体本构关系为:

$$\tau = G_s \frac{u}{h} e^{-\frac{u}{u_0}} \tag{1}$$

式中: G_s 为初始剪切模量; u 为沿结构面滑动位移; h 为软弱夹层厚度。

2.3 折叠突变模型

软弱夹层均为应变软化的情况下围岩失稳最容 易发生,其势能为被分割岩体的滑动势能、软弱夹 层的应变能和支护结构的应变能三者之和:

$$V = 2l \int_0^u G_s \frac{u}{h} e^{-\frac{u}{u_0}} du + pu - mgu \sin \alpha$$
(2)

式中: *l* 为软弱夹层的长度; *p* 为支护结构所提供的 抗力; *mg* 为被分割岩体的重量。选择以 *u* 为状态变 量,进行突变理论分析:

$$V' = 2lG_s \frac{u}{h}e^{-\frac{u}{u_0}} + p - mg\sin\alpha$$
(3)

$$V'' = 2l \left(\frac{G_s}{h} e^{-\frac{u}{u_0}} - \frac{G_s u}{h u_0} e^{-\frac{u}{u_0}} \right)$$
(4)

$$V''' = 2l\left(\frac{G_s}{h}e^{-\frac{u}{u_0}} - \frac{2G_s u}{hu_0}e^{-\frac{u}{u_0}}\right)$$
(5)

考虑 $u = u_0$ 附近围岩的稳定性。由 V'的量纲可知 其表达的是力的平衡,当围岩处于极限稳定状态时, 控制变量的变化对围岩稳定性产生的影响。将 $u = u_0$ 带入 V''时, V'' = 0;将 $u = u_0$ 带入 V'''时, $V''' \neq 0$ 。根据 突变理论的确定性,可确定将此情况展开为折叠突 变是合理的。考虑到势函数 V存在函数的积分,不 便展开成泰勒函数,于是将 V'在 $u = u_0$ 处展开为泰勒 函数,截取至 2 次项再化简,分析在 $u = u_0$ 时,微小 的扰动对整个系统产生的影响,表示为:

$$V' = \left(\frac{u_0 - u}{u_0}\right) + \frac{h_e}{G_s u_0 l} \left(\frac{2G_s u_0 l}{he} - mg \sin \alpha + p\right)$$
(6)
= 0

转化为折叠突变的标准形式 $3x^2 + a = 0$,则表示为:

$$V' = 3\left(\frac{u - u_0}{u_0}\right)^2 + \frac{3he^2}{G_s lu_0} \left(\frac{2G_s lu_0}{he} - mg \sin \alpha + p\right)$$
(7)

$$x = \left(\frac{u - u_0}{u_0}\right) \tag{8}$$

$$a = \frac{3he^2}{G_s lu_0} \left(\frac{2G_s lu_0}{he} - mg \sin \alpha + p \right)$$
(9)

由 *a* = 0, 那么, 式 (9) 即为折叠突变理论的标准 形式。

通过公式,可知合力的大小决定着隧道是否失 稳,而软弱夹层的剪切模量 G₆的大小决定着软弱夹 层所能提供抗力的大小,故通过分析双应变软化夹 层组合剪切模量的大小对隧道稳定性的影响,来证 明基于折叠突变理论建立的软弱夹层隧道围岩失稳 判据是正确的。

3 案例模拟

3.1 工程概况

那适二号线隧道位于广西壮族自治区南宁市宾 阳县陈平乡境内,隧道最大埋深 76.5 m。隧道区所 处地貌为低山丘陵地貌,海拔高度 154.0~254.0 m, 相对高差 100.0 m,存在两条隐蔽的软弱夹层,超前 地质预报不易探明。开挖完成后位移变形量小,较 为稳定;在随后的开挖过程中,掌子面后方发生了 突然的塌方,造成了人员和设备等严重的经济财产 损失。隧道通过地段地层主要有粉质黏土、粉砂岩 夹页岩,其中粉砂岩夹页岩为泥质胶结,岩质较硬, 节理裂隙发育,岩石破碎。隐伏构造裂隙发育,且 充填不同成分。隧道所在区域地下水以基岩裂隙水 为主,受大气降水及地表水补给,暂不考虑地下水 对隧道稳定性的影响。

3.2 模拟计算

模型高度为95 m,水平方向100 m,走向方向 长度为60 m,整个模型共381494个节点,372840 个单元,如图2所示。隧道埋深39 m,由于埋深较 浅,暂不考虑构造应力场的影响,边界条件为对 X 左右两个边界、对Y前后两个边界和对Z底部边界 进行法向约束。岩石和夹层均采用实体单元,初期 支护只考虑喷射钢筋混凝土,采用 shell 结构单元模 拟,厚度等效为30 cm,弹性模量为25 GPa, 泊松 比为0.2。

根据 TB 10003—2016《铁路隧道设计规范》和 现场的实际情况具体确定力学参数,见表1。考虑软 弱夹层的力学参数随着位移的增加而减小,采用应

岩土力学

变软化本构关系通过分段函数来实现黏聚力和内摩 擦角随着位移的增加而减小,从而实现软弱夹层应 变软化的工程力学性质,见表2。



Fig. 2 Numerical analysis model

表1 力学参数

Table 1 Mechanical parameters						
类别	弹性模 量/GPa	泊松比 <i>v</i>	重度 / (kN/m ³)	黏聚力 /MPa	内摩擦角 / (°)	
围岩	2.0	0.30	22.5	0.40	32	
软弱夹层	0.5	0.35	18.0	0.08	20	

	衣 4	软羽光层软H	「奓鉯	
Table 2	Softenir	ng parameters	of soft	sandwich

	0.	
位移值/m	黏聚力/MPa	内摩擦角/(゜)
0	0.08	20
0.003	0.08	20
0.005	0.06	17
0.01	0.05	15
0.1	0.05	15

开挖方式为台阶法开挖,开挖进尺为3m,上台 阶长度为6m,开挖后立即进行初期支护;下台阶在 上台阶开挖6m后才进行开挖,并立即进行初期支 护。在台阶开挖时设有6个监测点,如图3所示,探 究各监测点随着开挖位移的变化规律。



图 3 监测点示意图 Fig. 3 Schematic diagram of monitoring points

模型中主要参数剪切模量(G)与弹性模量(E)与泊松比(v)之间的转化关系为:

$$G = \frac{E}{2(1+v)} \tag{10}$$

3.3 模拟结果分析

分析双应变软化夹层组合下,剪切模量的大小 对隧道稳定性的影响,岩石及夹层力学参数、应变 软化夹层软化参数见表1、表2。根据式(9)在泊 松比不变的情况下改变弹性模量,弹性模量 *E* 为 0.3、0.5、1 GPa 分别对应剪切模量 *G*,为0.11、 0.18、0.37 GPa 对比说明,并从位移变化分析双应 变软化不同剪切模量的变化对隧道围岩稳定性的 影响。

3.3.1 竖向位移特征分析

不同剪切模量下拱顶和拱底控制点随着开挖竖 向位移变化,如图4所示。

监测点于 Y = 12.5 处,每步开挖3m,在第5步 开挖到监测点。在1至4步尚未开挖到监测点,拱顶 的竖向位移值变化规律及数值大致相同。在3到4步 靠近监测点时,竖向位移开始增大,最大值约为 5 mm。第5步后,不同剪切模量的软弱夹层对隧道 稳定性的影响开始显现出来,拱顶的竖向位移不再 一致,到第19步时位移不再增加,第20至24步时 基本稳定,数值位移为一条平滑的直线。



Fig. 4 Vertical displacement curves of vault and bottom under different shear modulus

剪切模量的变化对拱底竖向位移影响很小,1至4步的开挖产生的竖向位移基本相等,第5步开挖到监测点竖向位移有微小的变化,到第9步之后竖向位移值基本不再变化,第9至18开挖步存在微小的浮动。

不同剪切模量下左拱脚和右拱脚竖向位移随着 开挖竖向位移变化,如图5所示。左拱脚位置处于受 软弱夹层影响的范围内,右拱脚则相反。左拱脚与 右拱脚在剪切模量分别为0.37、0.18 GPa时,竖向 位移的最大值分别为0.35、0.37 mm;当剪切模量为 0.11 GPa时,左拱脚与右拱脚的最大竖向位移分别 为0.38、0.43 mm。在第7步竖向位移达到最大值, 后面随着初期支护及时跟进竖向位移减小,最终在 20步基本保持稳定。



feet under different shear modulus

3.3.2 水平位移特征分析

不同剪切模量下左右拱腰水平位移随着开挖竖 向位移变化如图6所示。开挖在3步以前,左、右拱 腰两监测点水平位移变化较小,在0.25 mm内;随 着开挖的进行,水平位移迅速增大;左拱腰在第8步 后水平位移有一个下降的过程,这种情况产生的原



图 6 不同剪切模量下左右拱腰水平位移变化曲线 Fig. 6 Horizontal displacement curves of left and right arch under different shear modulus

因可能是因为初期支护提供的抗力大于应力释放后 岩体应力所产生的抗力; 右拱腰则无此现象。左拱 腰最大水平位移绝对值是剪切模量为 0.37 GPa 时的 1.6 mm, 右拱腰最大水平位移绝对值是夹层剪切模 量为 0.11 GPa 时的 2.6 mm。右拱腰在不同剪切模量 夹层影响下,水平位移有明显的差别,均相差 6 mm 左右, 左拱腰则相差约为 1 mm 左右。可见不同剪切 模量的软弱夹层对其附近围岩的水平位移有显著的 影响。

综上所述,不同剪切模量的软弱夹层以45°穿过 隧道横截面时,拱顶竖向位移变化随着开挖缓慢增 大,最后趋于定值保持不变,对拱底的竖向位移影 响很小,而左右拱脚竖向位移值有回降的过程,且 夹层穿过的左拱脚相较右拱脚竖向位移变化较大。 水平位移中夹层穿过的右拱腰受不同剪切模量软弱 夹层的影响相较左拱腰变化范围较大。

3.4 基于折叠突变模型的围岩稳定性分析

根据理论分析可知,双应变软化夹层隧道围岩 稳定性可根据折叠突变模型来解释。折叠突变模式 下的势函数与状态变量(位移值)的函数可以根据 岩土力学

模拟数据进行拟合。具体过程如下:

(1)根据数值模拟计算的结果,导出隧道围岩监测点水平和竖直方向每一次开挖后位移,然后计算出每步开挖后关键点位移的增量,公式为:

$$D(s) = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{\Delta u_{ix}^{2} + \Delta_{iz}^{2}}$$
(10)

式中: s 为开挖步数; n 为监测点数量; Δu_{ix} 为监测 点的水平位移; Δu_{iz} 为控制点的竖向位移。

(2)得到每一步开挖位移变量后运用 origin 对所 得数据进行三次多项式拟合,得出各项式的系数, 再转变为折叠突变的标准形式,进而得到折叠突变的分叉集来判断隧道失稳情况。设由模拟数据拟合 得到的位移增量函数方程为:

$$V(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$
(11)

式中: a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 为待拟合系数;x为测点的开 挖步数。将拟合得到的折叠突变位移增量函数转化 为标准形式,设u为系统的状态变量,令u = x - A, $A = a_2/3a_3$,则折叠突变势函数可变为:

$$V(u) = b_3 u^3 + b_1 u + b_0 \tag{12}$$

式(11)与式(12)之间的转化关系为:

$$\begin{bmatrix} b_{3} \\ b_{2} \\ b_{1} \\ b_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3A^{2} & -2A & 1 & 0 \\ -A^{3} & A^{2} & -A & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{3} \\ a_{2} \\ a_{1} \\ a_{0} \end{bmatrix}$$
(13)

在式(12)两边同时除以 b₃,整理后可得折叠 突变位移增量函数表达式:

$$V_{a}(u) = u^{3} + au + b$$

$$V_{a}(u) = \frac{V(u)}{b_{3}}, a = \frac{b_{1}}{b_{3}}, b = \frac{b_{0}}{b_{3}}$$
(14)

式中: *b* 为常数项,不影响系统的稳定性,根据折叠 突变模型的理论和原理分析,则势函数可简化为:

$$V_a(u) = u^3 + au \tag{15}$$

根据上述公式可知,双应变软化夹层隧道围岩 稳定性很好地契合折叠突变模式,则双应变软化夹 层围岩失稳判据可表示为:

$$\Delta = a \leqslant 0 \tag{16}$$

对位移增量总体分析,发现在10内的变换较为 剧烈,故以中间插值法分析10步内系统状态的变化, 对软弱夹层剪切模量为 0.11、0.18、0.37 GPa 的位 移增量进行拟合,见表 3。

表 3 不同剪切模量下拟合系数及突变计算 Table 3 Table for fitting coefficient and catastrophe calculation under different shear modulus

剪切模 量/GPa	步数	a_0	a_1	a_2	a_3	a	Δ
0. 11	3	1.680	-2.409	1.443	-0.178	- 8. 233	< 0
	4	- 6. 020	4.682	-0.591	0.006	- 26. 213	< 0
	5	-11.713	9.094	- 1. 682	0.092	- 12. 602	< 0
	6	- 22. 113	14. 574	-2.617	0. 144	-9.053	< 0
	7	20.066	-5.287	0.449	-0.012	- 44. 722	< 0
	8	26.032	-7.777	0. 791	-0.025	- 22. 101	< 0
	9	26.247	-7.772	0.781	- 0. 026	-4.455	< 0
	10	6. 596	-1.521	0.123	- 0. 003	5.071	>0
0. 18	3	1.179	- 1. 755	1.160	-0.146	-9.026	< 0
	4	-5.715	4.433	-0.572	0.007	-1.414.	< 0
	5	- 8. 422	6.852	-1.237	0.064	- 16. 823	< 0
	6	- 24. 560	15.512	-2.746	0.149	- 8.362	< 0
	7	21.116	- 5. 970	0.569	-0.018	- 1. 860	< 0
	8	20.069	-5.587	0. 523	-0.016	-2.881	< 0
	9	27.437	- 8. 209	0.831	-0.028	1.053	>0
	10	11.348	- 3. 019	0.28	- 0. 009	4.122	>0
0. 37	3	0.361	-0.573	0.624	-0.072	- 16. 712	< 0
	4	0.916	- 1. 863	1.232	-0.149	- 10. 204	< 0
	5	- 12. 709	9.105	- 1. 566	0.077	- 18. 621	< 0
	6	- 54. 994	31.754	-5.524	0. 309	-6.206	< 0
	7	54.654	- 19. 642	2.397	- 0. 098	1.625	>0
	8	21.902	-6.437	0.644	-0.022	2.382	>0
	9	23.686	- 6. 983	0. 698	-0.023	1.061	>0
	10	8.387	-2.147	0. 192	-0.006	6.211	>0

以软弱夹层剪切模量为 0.37 GPa 下开挖第 3 步、 第 4 步位移增量进行拟合为例,拟合曲线如图 7 所 示,具体步骤如下:

第3步三次多项式曲线拟合系数为 a₀ = 0.361, a₁ = -0.573, a₂ = 0.624, a₃ = -0.072,转化为折





叠突变的系数值为 a = -16.71,即 a < 0,围岩失稳。 第 4 步三次多项式曲线拟合系数为 $a_0 = 0.916$, $a_1 = -1.863$, $a_2 = 1.232$, $a_3 = -0.149$,转化为折叠突 变系数值为 a = -10.20,即 a < 0,围岩失稳。

综上,基于折叠突变模式对不同剪切模量夹层 隧道围岩稳定性分析,在围岩剪切模量为0.37 GPa, 第3至6步的开挖过程围岩可能处于失稳状态;在围 岩剪切模量为0.18 GPa,第3到8步的开挖过程围 岩可能处于失稳状态;在围岩剪切模量为0.11 GPa, 第3到9步的开挖过程可能处于失稳状态;随着应变 软化夹层剪切模量的降低,失稳的范围分别为12、 18、21 m。由此可以看出,夹层剪切模量越小,提 供的抗力也就越小,围岩越容易失稳。

4 结论

以那适二号线为工程背景,借助有限差分数值 模拟软件 FLAC 3D,进行软化夹层在开挖对隧道稳 定性影响的数值模拟,分析应变软化夹层剪切模量 变化对隧道围岩位移的影响,在此基础上结合突变 理论分析隧道围岩的稳定性,得到以下主要结论:

(1) 双应变软化夹层, 位移的变化主要在软弱 夹层附近, 随着软弱夹层与周围岩体剪切模量差距 增大, 出现夹层部位位移局部增大现象, 拱顶、拱 底处等距夹层较远的监测点位移基本一致, 左、右 拱脚出现位移回弹的情况。在实际工程中要注意夹 层位置位移变化情况, 其很大程度上决定着隧道围 岩的稳定性。

(2) 以数值模拟数据为基础,将位移增量拟合 成曲线并转化为折叠突变模型,分析软化夹层剪切 模量变小对围岩稳定性的影响,得出剪切模量越小, 围岩越容易突变失稳,证明了双软化夹层对围岩稳 定性判别依据正确性,对应变软化夹层的稳定性预 防与控制可以从失稳判据入手,即:

$$a = \frac{3he^2}{G_s lu_0} \left(\frac{2G_s lu_0}{he} - mg \sin \alpha + p \right)$$

参考文献

- [1] 苏培东,唐雨生,马云长,等.基于应变软化的软弱夹层边坡 渐进破坏 [J]. 长江科学院院报,2022,39:69-75,81.
- [2] 王凯,刁心宏,赖建英,等. FLAC 3D 应变软化与摩尔-库伦模型工程应用对比[J].中国科技论文,2015,10:55-59,63.
- [3] 张巴图,张亦海.考虑岩体劣化的应变软化模型及围岩稳定性数值模拟分析 [J].内蒙古工业大学学报(自然科学版), 2021,40:73-80.
- [4] 何怡,郭力,马冲.考虑软弱夹层中岩土体应变软化特性的矿山边坡变形体渐进破坏分析 [J].安全与环境工程,2020,27: 162-167,174.
- [5] 薛海斌,党发宁,尹小涛,等. 应变软化边坡稳定性分析方法 研究 [J]. 岩土工程学报, 2016, 12: 570-576.
- [6] 刘志鹏. 基于突变理论的软弱夹层对隧道围岩稳定性影响研究 [D]. 石家庄:石家庄铁道大学, 2022.
- [7] 陈舞,岳克栋,王浩,等.基于突变理论的隧道洞口浅埋段软 弱围岩失稳分析方法 [J].中国铁道科学,2021,42:69-77.
- [8] 闫长斌,徐国元.基于突变理论深埋硬岩隧道的失稳分析[J].工程地质学报,2006:508-512.
- [9] 吴庆发. 基于尖点突变理论的围岩稳定性分析 [J]. 筑路机械 与施工机械化, 2017, 34: 67-70.
- [10] 胡长明,贡少瑞,张超晖,等.基于突变理论的山岭隧道塌方 风险预测 [J].西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2014,46:10-15.
- [11] 廖元欢,邓涛,张文涛,等.基于尖点突变理论的巷道开挖围 岩稳定性及支护研究 [J].有色金属工程,2022,12 (4): 116-123.
- [12] 谢飞. 突变理论在围岩稳定性分析中的应用研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2014.
- [13] 石少帅,李术才,李利平,等. 软弱夹层对隧道围岩稳定性影 响规律研究 [J]. 地下空间与工程学报, 2013, 9: 836-842, 853.
- [14] 冯骋,宋鑫华.基于燕尾突变模型的土质边坡稳定性研究[J].人民长江,2015,46:53-56,78.
- [15] 吴明白,陶梅,潘丽霞,等.突变理论在围岩稳定性中的应用[J].低温建筑技术,2015,37:110-112.

岩十力学