

基坑开挖引起邻近地铁隧道变形简化计算方法*

Simplified Calculation Method for Deformation of Adjacent Metro Tunnels Caused by Foundation Pit Excavation

顾钰雯, 徐勋倩, 杨霄, 石文康, GANHOUEGNON ERIC PATRICK

(南通大学 交通与土木工程学院, 江苏 南通 226019)

摘要: 为探究基坑开挖对邻近地铁隧道变形的影响, 基于 XGBoost 算法对典型案例中影响地铁隧道水平变形的因素进行重要度排序统计, 提出可用于预测隧道水平变形的经验公式。通过两阶段分析方法建立地铁隧道竖向变形理论计算模型: 首先基于 Mindlin 解计算考虑基坑坑底及侧壁卸荷作用引起的隧道竖向附加应力; 进而将隧道视为搁置于 Winkler 地基上 Euler-Bernoulli 无限长梁, 引入考虑隧道埋深影响的修正地基基床反力系数, 建立隧道竖向变形微分方程进行求解。文中计算方法与实测数据、数值模拟结果对比分析结果表明: (1) 本文方法相较于传统方法计算地铁隧道的变形精度更高; (2) 在临近地铁隧道的基坑施工时, 可通过控制基坑与临近地铁隧道之间的距离, 分块分层开挖基坑等来控制地铁隧道的变形。

关键词: 基坑开挖; 隧道变形; 理论解析; 数值模拟; XGBoost 算法

中图分类号: TU473; U451 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-8249 (2023) 04-0020-11

DOI: 10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2023.04.004

GU Yuwen, XU Xunqian, YANG Xiao, SHI Wenkang, GANHOUEGNON ERIC PATRICK

(School of Transportation and Civil Engineering, Nantong University, Nantong 226019, China)

Abstract: In order to explore the influence of foundation pit excavation on the adjacent metro tunnels, the importance ranking of the factors affecting the horizontal deformation of tunnels in typical cases were analyzed based on the XGBoost algorithm. Then an empirical formula to predict the horizontal deformation of metro tunnels was proposed. The theoretical calculation model of the vertical deformation of the metro tunnel was established by the two-stage analysis method: Firstly, the Mindlin solution was used to calculate the vertical additional stress of the tunnel caused by the unloading of the foundation pit bottom and side walls. Then, the tunnel was regarded as an Euler-Bernoulli infinite beam on the Winkler foundation. A modified foundation bed reaction coefficient that can take into account the influence of the tunnel burial depth was proposed, and a differential equation for the vertical deformation of the metro tunnel was established. The comparison and analysis results of the calculation method in this paper with the measured data and numerical simulation method show that: (1) Compared with the traditional method, the improved method calculates the deformation of the metro tunnels with higher accuracy; (2) When excavating the foundation pit adjacent to the metro tunnels, the deformation can be controlled by paying attention to the distance between them, and dividing the foundation pit into layers and blocks.

Keywords: foundation pit excavation; deformation of tunnel; theoretic analysis; numerical simulation; XGBoost algorithm

* 基金项目: 南通市科技项目 (MS22020026, XG202009-1)。

作者简介: 顾钰雯 (1998—), 女, 硕士研究生。研究方向: 城市隧道与地下空间结构工程。

通信作者: 徐勋倩 (1973—), 女, 博士, 教授。研究方向: 地下空间结构工程。

收稿日期: 2022-07-29

0 引言

地铁作为一种快捷、高效、安全、环保的交通运输形式，成为了城市交通的重要组成部分^[1]。根据中国城市轨道交通年度报告统计，截至 2021 年底，中国内地 50 个城市投入运营地铁里程达 7253.73km，稳居世界首位^[2]。城市地铁的快速发展难以避免频受外部工程活动扰动影响，越来越多的基坑工程紧临地铁隧道施工，势必会破坏地基土中原有应力场的平衡，导致隧道结构产生附加应力和纵向不均匀变形，甚至会引发隧道衬砌管片开裂、渗漏水、螺栓失效等问题，对地铁的安全运营产生影响。

针对基坑开挖诱发邻近地铁隧道变形这一问题，现有的典型研究方法有理论解析法、数值模拟法、模型试验法和现场实测分析法。其中理论解析法具有计算相对简便、耗时较短等特点，常被用来分析预测隧道结构的变形。张治国等^[3]考虑基坑开挖引起基坑底部和基坑四周侧壁同时卸荷对隧道竖向变形的影响，提出了基坑开挖对邻近地铁隧道变形影响的两阶段分析方法。首先计算基坑开挖卸荷作用引起隧道受到的附加应力，然后将隧道结构视为弹性地基无限长梁^[4]，基于地基梁理论建立土体-隧道变形协调方程，最后确定计算参数求解隧道竖向变形。但参数选取有一定难度，现有文献的参数取值差异较大。

数值模拟法采用地层-结构模型，隧道与土体间变形协调，可以较好的模拟基坑开挖全过程对邻近地铁隧道变形的影响。黄宏伟等^[5]以上海外滩通道基坑工程为背景，借助 PLAXIS 有限元软件分析基坑开挖对下卧延安东路隧道的影响，计算结果表明基坑开挖对下卧隧道的影响范围约为 6 倍基坑宽度，并指出加固土体和坑底堆载可以减小隧道的隆起变形，数值模拟结果和现场实测值具有较高的一致性。郑刚等^[6]以天津地铁 1 号线隧道基坑工程为背景，使用 ABAQUS 有限元分析软件对基坑施工过程进行动态模拟，结合现场实测数据对地铁的安全运营进行了分析。基于有限元软件强大的功

能，利用数值模拟法分析基坑开挖对邻近隧道变形的影响是切实有效可行的。

总体而言，不同工程条件可选择不同研究方法来估算地铁隧道的变形。本文以前人研究为基础，建立了预测基坑开挖引起邻近地铁隧道变形的简化计算方法。通过算例分析、工程实测数据和三维有限元数值模拟结果验证了本文方法的适用性，可为类似工程案例提供一定的参考。

1 基坑开挖引起邻近地铁隧道水平变形计算

1.1 方法选择

基坑开挖必然会对邻近地铁隧道的变形产生影响，为找到基坑开挖引起邻近地铁隧道最大水平变形的关键性因素，本文搜集了 25 例国内基坑工程施工案例并对其进行定量分析，通过 XGBoost 算法从这些案例中选取对隧道水平变形影响较大的因素，对于基坑设计和预测隧道水平最大变形具有一定的参考价值。

XGBoost (Extreme Gradient Boosting) 算法^[7]是由陈天奇博士提出的以梯度提升算法和决策树算法为基础的改进机器学习算法，其基本原理是使用迭代思想，将多个分类效果较弱的弱分类器组合成一个分类效果优秀的强分类器，模型通过多次迭代，生成新的分类器，逐渐提高模型准确率。

1.2 案例收集和重要度分析

本文收集的案例主要为高层地下室及其附属结构的基坑，此类基坑一般土方开挖量大、卸荷率高，对邻近地铁有隧道产生较大影响。其工程地质条件类似，均位于东南沿海地区，土质以软土地区常见的黏土、粉质黏土为主，故在接下来的分析中，不考虑工程场地地质条件的影响。案例中隧道形式大部分为圆形盾构隧道（除 8 号案例），隧道直径基本为 6 m 和 6.2 m，故忽略地铁隧道结构不同带来的影响。案例数据统计如表 1 所示。

以地铁隧道最大水平变形 (δ_{hm} /mm) 为因变量，从基坑与隧道位置关系、基坑开挖体量、基坑围护结构情况三方面对影响因素进行重要度排

岩土力学

序, 其中基坑与隧道的位置关系因素包括隧道与基坑围护结构净距 L_{wt} 和隧道覆土厚度 H_t , 基坑开挖体量因素包括基坑开挖深度 H_e 、基坑开挖宽度 B_e 和基坑开挖长度 L_e , 基坑围护结构情况的因素

包括围护结构插入深度 D_w 、围护结构厚度 B_w 和围护结构最大水平变形 ζ_{hm} , 以这 8 各因素作为影响地铁隧道水平变形的因素, 利用 XGBoost 算法, 对这些影响因素进行重要度排序。

表 1 基坑开挖引起地铁隧道水平变形案例统计
Table 1 Statistics on horizontal deformation of subway tunnels caused by foundation pit excavation

编号	工程案例	H_e /m	B_e /m	L_e /m	D_w /m	B_w /m	H_t /m	L_{wt} /m	ζ_{hm} /mm	δ_{hm} /mm
1	广州某深基坑 ^[8]	18	92	100	27	0.8	11	14.8	4.3	5.7
2	杭州上城区某基坑工程	10.35	31.9	87.6	24	0.8	15.5	10.4	23.5	10.6
3	宏嘉大厦基坑 ^[9]	10	82	86	22.5	0.8	11	9.89	19.6	4.9
4	上海大宁商业中心 ^[10]	6.7	195	227	17.1	0.85	11.8	5.45	20.7	4
5	上海城市规划展示馆 ^[11]	11.5	45	63	24.8	1.0	7	7	18.7	4
6	杭州西湖区某地下室基坑 ^[12]	11.5	30	35	28.5	1.0	10	8.55	19.02	1.8
7	上海会德丰广场 ^[13]	16.8	12.5	95	39.5	1.0	8	5.4	13.5	4
8	广州地铁 11 号线琶洲站 ^[14]	29	75	304	55.5	1.0	5.6	33	20	4.15
9	上海东方金融广场 ^[15]	16.05	115	200	42	1.0	15.2	11.8	40	5
10	上海交响乐团迁建工程 ^[16]	11.7	66	170	35	1.0	10.4	11.6	10.5	7.22
11	杭州某地铁车站基坑工程 ^[17]	18	19.7	587	35	0.85	12	8	18.69	9.9
12	上海青浦区某基坑工程 ^[18]	7	15	105	19	0.85	9	6.4	15.9	3.9
13	杭州下沙开发区某基坑工程 ^[19]	11.8	80	200	25	1.0	13.7	11.0	14.8	10.1
14	杭州某深基坑 ^[20]	17.3	130	180	43.6	0.8	12	6.4	33	15.0
15	某大型综合体项目 ^[21]	14.0	210	220	35	1.0	17.5	22.0	49	15.3
16	宁波某基坑工程 ^[22]	11.4	120	240	30	0.8	12.1	16.4	220	33.5
17	合肥大学城地下空间东广场 ^[23]	16.0	185	314	23	0.8	12	15.4	25.8	2.2
18	某邻近盾构隧道基坑工程 ^[24]	16.3	130	265	44	0.8	13.2	15.4	15.3	4.86
19	苏州工业园区某办公大楼 ^[25]	17.1	58	74	34	1.0	12.5	10.1	18	8.2
20	济南历下医养结合中心项目 ^[26]	9.5	172	256	—	0.8	11.8	16.7	11.6	5.2

根据上述 25 个工程案例, 利用 XGBoost 算法计算得到隧道水平变形的影响因素重要度排序如图 1 所示。由图 1 可知, 各因素对隧道水平变形的影响程度由高到低为: 隧道与基坑围护结构净距 L_{wt} > 隧道覆土厚度 H_t > 基坑开挖宽度 B_e > 围护结构最大水平变形 ζ_{hm} > 基坑开挖深度 H_e > 基坑开挖长度 L_e > 围护结构插入深度 D_w > 围护结构厚度 B_w 。其中隧道与基坑围护结构净距 L_{wt} 、隧道覆土厚度 H_t 、基坑开挖宽度 B_e 、围护结构最大水平变形 ζ_{hm} 、基坑开挖深度 H_e 、基坑开挖长度 L_e 和围护结构插入深度 D_w 这 7 个影响因素对隧道水平变形的影响程度较高, 其影响程度占了所有影响因素的 97.6%, 说明在临近地铁隧道开挖的基坑工程中, 基坑与隧道的位置关系、基坑开挖体量和基坑围护情况中的围护结构的最大水平变形和插入深度是影响地铁隧道水平变形的主要因素。

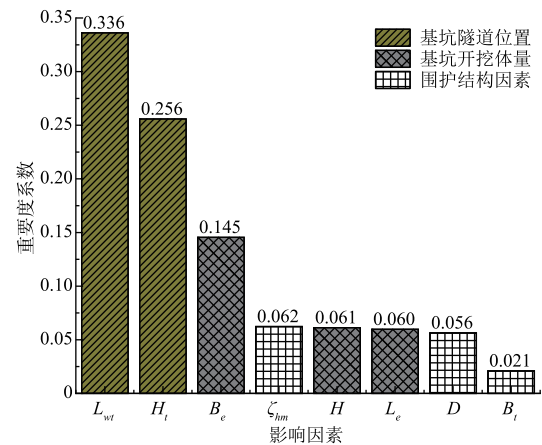
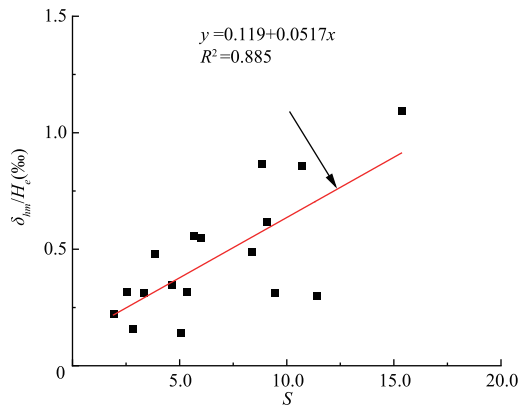


图 1 地铁隧道水平变形影响因素重要度排序
Fig. 1 Ranking of the importance of factors influencing the horizontal deformation of metro tunnels

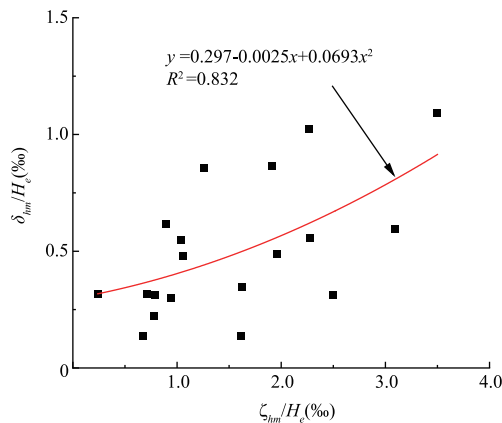
1.3 各因素对隧道水平变形影响分析

基于 XGBoost 算法计算得到地铁隧道水平变形影响因素的重要度排序结果, 选取基坑与隧道

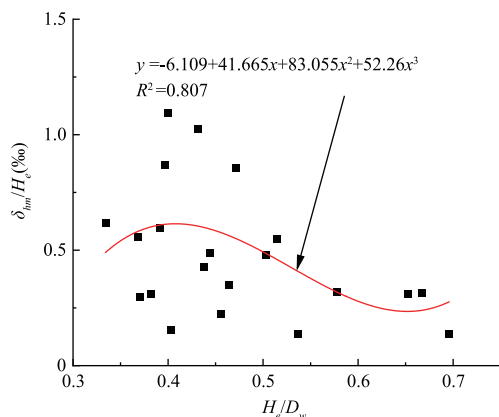
的位置关系、基坑开挖体量、围护结构最大水平变形和插入深度作为计算参数来考虑其与地铁隧道水平变形之间的关系。先对地铁隧道的最大水平变形进行无量纲化处理，将地铁隧道最大水平变形与基坑开挖深度相除，得到比值为 δ_{hm}/H_e ，研究 δ_{hm}/H_e 与上述 4 个参数的关系，如图 2 所示。



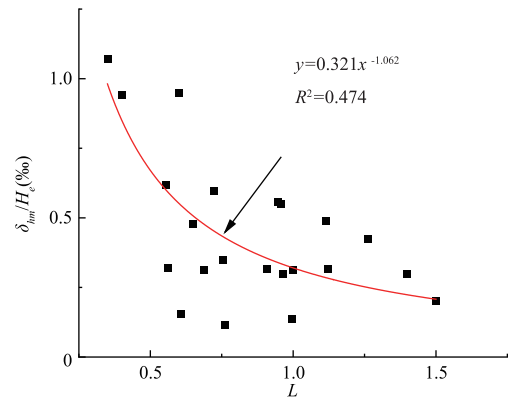
(a) δ_{hm}/H_e 与基坑开挖体量的拟合关系图



(b) δ_{hm}/H_e 与围护结构最大水平变形的拟合关系图



(c) δ_{hm}/H_e 与围护结构插入深度的拟合关系图



(d) δ_{hm}/H_e 与基坑和地铁隧道的相对距离的拟合关系图

图 2 δ_{hm}/H_e 与各参数之间的拟合关系图

Fig. 2 The fitting relationship between δ_{hm}/H_e and each parameter

图 2 (a) 为 δ_{hm}/H_e 与基坑开挖体量之间的拟合关系图。定义基坑开挖相对面积 $S = (B_e/H_e)(L_e/H_e)$ ，为了更好地绘制出基坑开挖相对面积 S 与 δ_{hm}/H_e 的散点图，将基坑开挖相对面积进行了开平方处理。图 2 (b) 为 δ_{hm}/H_e 与围护结构最大水平变形之间的拟合关系图。图 2 (c) 为 δ_{hm}/H_e 与围护结构插入深度之间的拟合关系图。图 2 (d) 为 δ_{hm}/H_e 与基坑和地铁隧道的相对距离 L 之间的拟合关系图，其中相对距离 L 定义为： $L = \sqrt{(L_{wt}/H_e)^2 + [(H_t - H_e)/H_e]^2}$ 。

由图 2 可知，随着基坑开挖相对面积 S 的增大，即基坑开挖卸荷面积增大， δ_{hm}/H_e 呈现逐渐增大趋势，卸荷效应越显著；随着基坑的开挖，基坑侧壁土体的位移场会随之增大，导致临近地铁隧道水平变形增大。在研究地铁隧道最大水平变形与围护结构插入深度、基坑和地铁隧道的相对距离 L 之间的关系时，图中的点较为离散，一方面是因为围护结构插入深度在重要度排序中较为靠后，另一方面是因为土体性质和基坑工程具有一定的复杂性，难以准确描述其与隧道最大水平变形之间的关系。但从图 2 (d) 中可以看出，当隧道与基坑相对距离较近时，隧道最大水平变形较大，这是因为隧道与基坑越近，基坑开挖卸载释放的应力就越大，因此在基坑设计过程中需要严格控制基坑与临近地铁隧道的距离。

1.4 经验公式建立

通过 1.3 节的分析可知，基坑开挖体量的越

岩土力学

大、围护结构最大水平变形越大，临近地铁隧道最大水平变形就越大，而基坑与地铁隧道相对距离的增大将会导致隧道最大水平变形逐渐减小。因此可建立拟合公式 (1) 来描述地铁隧道的最大水平变形与这 4 个参数之间的关系。

$$\frac{\delta_{hm}}{H} = 0.265 + 0.05x_1 + 0.141x_2 - 0.217x_3 - 0.005x_4 \quad (1)$$

表 2 预测公式可靠性验证算例表
Table 2 Reliability verification example of prediction formula

编号	工程案例	H_e /m	H_l /m	L_{ul} /m	ζ_{hm} /mm	D_w /m	S	$\delta_{\text{实测值}}$ /mm	$\delta_{\text{预测值}}$ /mm
1	天津某基坑 ^[30]	15.00	14.30	10.30	16.50	36.00	316.50	9.20	11.78
2	深圳招商银行基坑 ^[31]	20.75	18.63	6.70	15.10	30.00	16.40	7.30	5.28
3	上海会德丰广场基坑 ^[13]	16.80	8.00	5.40	13.50	39.50	31.24	<4.00	2.42
4	上海某基坑上行线 ^[32]	16.40	12.30	17.60	15.00	32.80	44.01	4.70	4.69
5	天津佳海花园基坑 ^[30]	16.00	15.00	16.60	55.00	29.80	35.33	14.56	10.20

注：相对面积 $S = (B_e/H_e)(L_e/H_e)$ 。

预测公式误差如图 3 所示，地铁隧道水平变形预测值与实测值之间的误差不超过 30%，表明预测公式有一定的可行性，可为类似工程提供参考。

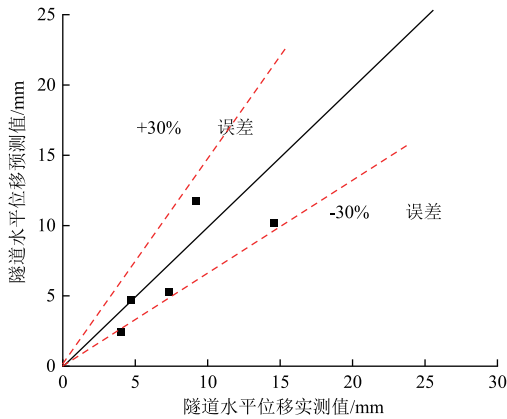


图 3 预测公式误差
Fig. 3 Error in prediction formula

2 基坑开挖引起临近地铁隧道竖向变形计算

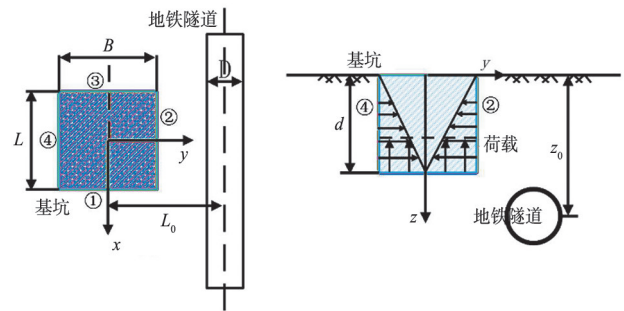
基坑开挖引起临近地铁隧道竖向变形理论计算采用两阶段法，首先采用 Mindlin 解计算基坑坑底及侧壁卸荷作用引起的隧道竖向附加应力；然后将隧道视为隧道为搁置在 Winkler 地基上的 Euler-Bernoulli 无限长梁；最后确定计算参数，包括地基基床反力系数、隧道等效抗弯刚度等，求解临近基坑开挖引起的隧道最大竖向变形的理论解析解。

式 (1) 中： $R^2 = 0.805$ ， $x_1 = \sqrt{S}$ ， $x_3 = D_w/H_e$ ， $x_4 = L_0$ 。

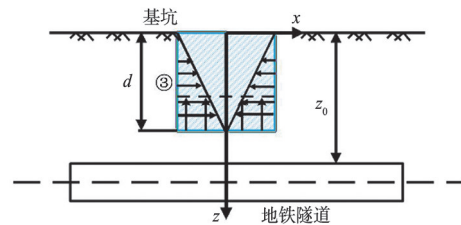
为了验证预测公式的可靠性，通过与已公开发表的工程案例实测数据进行计算对比，预测公式可靠性验证结果如表 2 所示。

2.1 基于 Mindlin 解地铁隧道附加应力计算

建立力学模型如下：基坑长度为 L ，宽度为 B ，深度为 d ，地铁隧道轴线与地表的距离为 z_0 ，基坑中心线与地铁隧道轴线的距离为 L_0 ，地铁隧道外径为 D ，编号①、②、③、④分别为基坑侧壁上的点，以基坑中心所在的地表为原点 $(0, 0, 0)$ 建立直角坐标系。基坑与临近地铁隧道平面位置关系图如图 4 所示。为简化计算，计算存在以下假定。



(a) 俯视图 (b) 前视图



(c) 侧视图

图 4 基坑与临近地铁隧道平面位置关系图
Fig. 4 The plane position relationship between the foundation pit and the adjacent metro tunnel

(1) 假定土体为均质的半无限连续弹性体, 隧道结构为无限长均质弹性体。

(2) 假定隧道与周围土体始终保持接触状态。

(3) 不考虑基坑内排水固结、土体蠕变等影响。

2.1.1 基坑底部卸荷引起隧道竖向附加应力求解 基坑开挖卸荷引起临近地铁隧道竖向附加应

$$\sigma_z^d = \frac{\gamma d}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \begin{aligned} & \left\{ (1-2\nu)(z_0-d) \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_1^3} + 3(z_0-d) \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_1^5} - (1-2\nu)(z_0-d) \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_2^3} + \right. \\ & \left. [3(3-4\nu)z_0(z_0+d) - 3d(z_0+d)(5z_0-d)] \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_2^5} + 30dz_0(z_0+d) \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_2^7} \right\} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$T_1 = [(x_1 - \xi)^2 + (L_0 - \eta)^2 + (z_0 - d)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$T_2 = [(x_1 - \xi)^2 + (L_0 - \eta)^2 + (z_0 + d)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

式(2)~(4)中: Γ 为基坑底部面积上积分区域, 区域范围为 $-L/2 \leq \xi \leq L/2$; $-B/2 \leq \eta \leq B/2$

$$\sigma_z^{y1} = \frac{K_0\gamma(L_0 - \frac{B}{2})}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \begin{aligned} & (2\nu-1) \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\eta}{R_1^3} + 3 \iint_{\Omega} \frac{\tau(z_0-\tau)^2 d\tau d\eta}{R_1^5} + (1-2\nu) \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\eta}{R_2^3} + 3(3-4\nu) \\ & \iint_{\Omega} \frac{\tau(z_0+\tau)^2 d\tau d\eta}{R_2^5} - \iint_{\Omega} \frac{[6\tau^3 - 6\tau^2(1-2\nu)(z_0+\tau)] d\tau d\eta}{R_2^5} - 30z_0 \iint_{\Omega} \frac{\tau^2(z_0+\tau) d\tau d\eta}{R_2^7} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$R_1 = [(x_1 - L/2)^2 + (L_0 - \eta)^2 + (z_0 - \tau)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$$R_2 = [(x_1 - L/2)^2 + (L_0 - \eta)^2 + (z_0 + \tau)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

式(5)~(7)中: Ω 为基坑侧壁积分区域, 区域范围为 $-B/2 \leq \eta \leq B/2$; $0 \leq \tau \leq d$; ν 为土体泊松比, K_0 为静止土压力系数。

与 σ_z^{y1} 的推导类似, 隧道轴线某点位于基坑侧壁②、③和④侧时, 基坑开挖卸载引起隧道轴线上方附加应力为 σ_z^{y2} 、 σ_z^{y3} 和 σ_z^{y4} 。受篇幅限制, 此处省略具体求解公式。

因此, 由公式(2)和(5)利用叠加原理可求得基坑开挖时坑底和基坑侧壁卸荷引起临近隧道受到的附加应力 σ_z 为:

$$\sigma_z = \sigma_z^d + \sigma_z^{y1} + \sigma_z^{y2} + \sigma_z^{y3} + \sigma_z^{y4} \quad (8)$$

2.2 考虑隧道埋深的 Winkler 地基梁模型求解

将隧道视作为搁置在 Winkler 地基上的 Euler-

梁, 可利用 Mindlin 解积分得到, 取基坑底部任一微元体 (ξ, η, d) , 土体重量为 γ , 则该微元体的卸荷荷载为 $\gamma d d\xi d\eta$, 由 Mindlin 积分得到基坑坑底卸荷造成的邻近隧道轴线点 $P(x_1, L_0, z_0)$ 处的竖向附加应力为:

; ν 为土体泊松比。

2.1.2 基坑侧壁卸荷引起隧道竖向附加应力求解

取基坑侧壁①处的任一微元体 $(L/2, \eta, \tau)$, 则该微元体的卸荷荷载为 $K_0\gamma\tau d\tau d\eta$, 由 Mindlin 积分得到基坑坑底卸荷造成的邻近隧道轴线点 $P(x_1, L_0, z_0)$ 处的竖向附加应力为:

Bernoulli 无限长梁, 在附加荷载 $q(x)$ 的作用下, 既有隧道的竖向变形 $w(x)$ 的控制方程为:

$$(EI)_{eq} \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + kDw(x) = q(x)D \quad (9)$$

式中: $(EI)_{eq}$ 为隧道等效抗弯刚度; D 为隧道直径; k 为地基基床反力系数。

直接求解上式的理论解较为复杂, 故采用有限差分法进行求解。在隧道两端各增加 2 个虚节点单元, 共 $n+5$ 个节点单元, 每个单元的长度为 l 。隧道离散分析如图 5 所示。

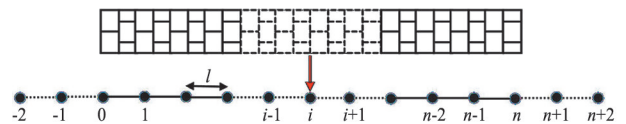


图 5 隧道离散分析

Fig. 5 Discrete analysis of tunnels

根据有限差分原理可得式(9)的有限差分表达式为:

岩土力学

$$(EI)_{eq} \frac{6w_i - 4(w_{i+1} + w_{i-1}) + (w_{i+2} - w_{i-2})}{l^4} + kDw_i = q(x)D \quad (10)$$

式中: $w_{i-2}, w_{i-1}, w_i, w_{i+1}, w_{i+2}$ 分别为地铁隧道离散化节点单元 $i-2, i-1, i, i+1, i+2$ 的竖向变形。

结合地铁隧道的实际情况, 其两端并不会受到固定约束, 故地铁隧道两端视为自由端, 因此地铁隧道两端的弯矩和剪力均为 0, 即:

$$\left. \begin{aligned} Q_0 &= - \left(E \frac{w_2 - 2w_1 + 2w_{-1} - w_{-2}}{2l^3} = 0 \right. \\ Q_n &= - \left(E \frac{w_{n+2} - 2w_{n+1} + 2w_{n-1} - w_{n-2}}{2l^3} = 0 \right. \\ M_0 &= - \left(E \frac{w_1 - 2w_0 + w_{-1}}{l^2} = 0 \right. \\ M_n &= - \left(E \frac{w_{n+1} - 2w_n + w_{n-1}}{l^2} = 0 \right. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由式 (11) 可得地铁隧道两端虚节点的位移表达式为:

$$\left. \begin{aligned} w_{-2} &= 4w_0 - 4w_1 + w_2 \\ w_{-1} &= 2w_0 - w_1 \\ w_{n+1} &= 2w_n - w_{n-1} \\ w_{n+2} &= 4w_n - 4w_{n-1} + w_{n-2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式 (9) 展开后为 $n+1$ 个代数方程, 因此可以将其改写为以隧道竖向变形 w 为未知数的矩阵表达式:

$$[K_i] \{w\} + [K_s] \{w\} = \{Q\} \quad (13)$$

式中: K_i 为隧道变形刚度矩阵; K_s 为地基刚度矩阵; w 为地铁隧道纵向变形列向量; Q 为附加应力列向量。

将式 (12) 的虚节点变形表达式带入式 (11) 可得刚度矩阵和列向量的表达式为:

$$[K_i] = \frac{(EI)_{eq}}{l^4} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & & & & \\ -2 & 5 & -4 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & 1 & -4 & 5 & -2 \\ & & & & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (14)$$

$$[K_s] = Dk \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (15)$$

$$\{Q\} = D [q_0, q_1, q_2, \dots, q_n]^T \quad (16)$$

$$\{w\} = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_n]^T \quad (17)$$

在已知地铁隧道竖向附加荷载 $q(x)$ 的条件下, 结合式 (13) 可以求解出在基坑开挖作用下邻近地铁隧道的竖向变形解析解。

2.3 参数取值

Vesic^[33]对弹性地基梁的试验证实, 地基基床反力系数受梁刚度的影响, 而在 Winkler 地基梁模型中梁的变形将受到地基基床反力系数的影响, Vesic 的长梁荷载试验得出地基基床反力系数表达式为:

$$k_{vesic} = \frac{0.65E_s}{D(1-\nu^2)} \sqrt[12]{\frac{E_s D^4}{EI}} \quad (18)$$

式中: EI 为梁的抗弯刚度; D 为梁宽度 (本文中为隧道直径); E_s 为土体弹性模量。

但 Attewell 等^[34]指出 Vesic 的长梁试验是假定长梁位于地表所得, 这与地铁隧道实际情况不相符, Attewell 建议采用 $k_{attewell} = 2k_{vesic}$ 。Attewell 假定梁处于无限深度的土层, 而实际地铁隧道埋深相对较浅, 无法假定为位于无限深度处, 这在一定程度上会增大隧道与土体的相互作用, 故在本文中引入文献 [35] 中的隧道埋深影响系数 η 。

$$\eta = \begin{cases} 2.18 & h/D \leq 0.5 \\ 1 + \frac{1}{1.7h/D} & h/D > 0.5 \end{cases} \quad (19)$$

式中: h 为地铁隧道埋深; D 为地铁隧道直径。

故地基基床反力系数修正为:

$$k_h = \frac{1.3E_s}{\eta D(1-\nu^2)} \sqrt[12]{\frac{E_s D^4}{EI}} \quad (20)$$

2.4 算例验证

2.4.1 三维有限元数值模拟算例验证

基于 MIDAS GTS NX 软件建立三维有限元模

型如图 6 所示,使用修正摩尔-库伦模型,选取尺寸为 $150\text{ m}\times 100\text{ m}\times 50\text{ m}$ 的地层模型,基坑长度为 30 m ,宽度为 18 m ,深度为 10 m 。基坑采用 800 mm 厚的地下连续墙作为围护结构,地下连续墙嵌固深度为 8 m ,材料采用 C30 钢筋混凝土。场地土质为均质粉质黏土,土体弹性模量为 13 MPa ,泊松比为 0.3 ,土体重度为 21 kN/m^3 。隧道管片使用弹塑性本构模型,隧道外径为 6 m ,隧道埋深 12 m ,距离基坑长边方向距离为 10 m ,隧道等效抗弯刚度为 $7.8\times 10^7\text{ kN}\cdot\text{m}^2$ 。由于地下连续墙的存在导致基坑开挖时侧壁荷载不能完全释放,故对基坑侧壁应力进行折减,荷载折减系数取 0.75 。考虑隧道埋深效应,取地基基床反力系数为 2100 kN/m^3 。

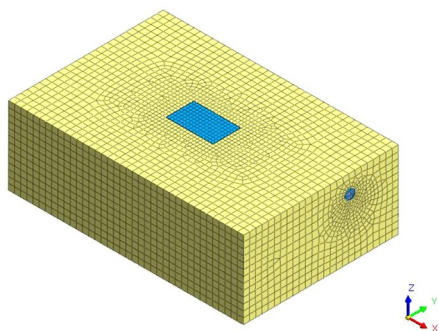


图 6 三维有限元模型

Fig. 6 Three-dimensional finite element model

图 7 为数值模拟值法、Winkler 地基梁模型、本文改进的考虑隧道埋深影响系数的 Winkler 地基梁模型计算的基坑开挖引起邻近地铁隧道竖向变形的对比图。

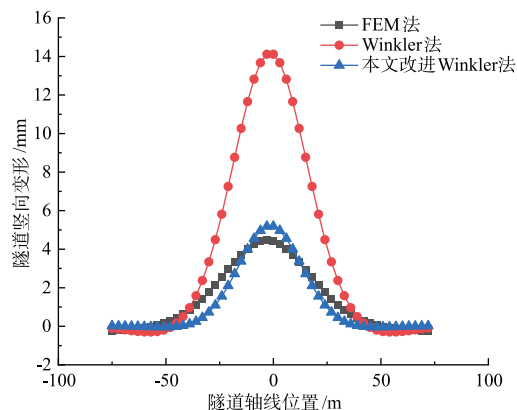


图 7 数值模拟法与本文改进 Winkler 法计算结果对比

Fig. 7 Comparison of the calculation results between the numerical simulation method and the improved Winkler model

从图 7 中可以看出三种方法计算基坑开挖引起临近隧道竖向变形的趋势基本一致,但是数值大小存在一定的差异。本文考虑隧道埋深效应,对地基基床反力系数进行了修正,同时还考虑了基坑围护结构对水平应力附加值的折减,相较于传统 Winkler 地基梁模型更加合理、有效。

2.4.2 实际工程案例

本算例以上海市闸北基坑工程^[10]为例,闸北基坑工程位于大宁路以南,基坑开挖深度为 7 m ,基坑可近似看作尺寸为 $240\text{ m}\times 230\text{ m}$ 的矩形基坑。地铁 1 号线位于基坑东侧,隧道主要位于黏土层中,隧道距离基坑东侧围护结构最小距离约为 5.45 m ,隧道顶部埋深约为 11.8 m ,隧道外径为 6.2 m ,基坑与隧道位置关系图如图 8 所示,土层参数如表 3 所示。

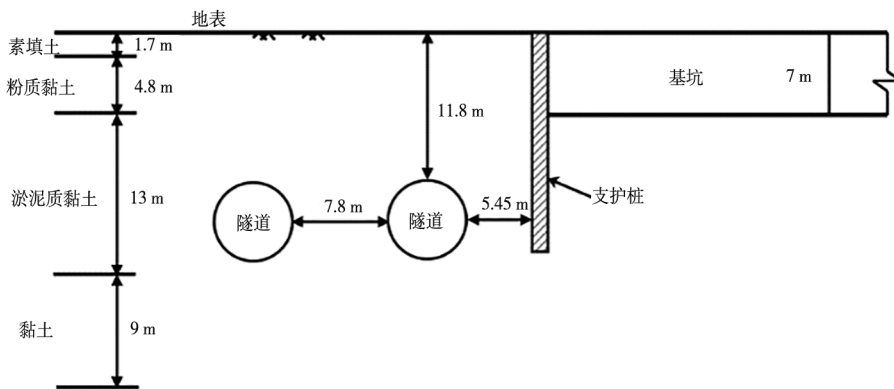


图 8 上海闸北基坑与临近地铁隧道位置关系图

Fig. 8 Location relationship between Shanghai Zhabei foundation pit and adjacent metro tunnels

岩土力学

表 3 上海闸北基坑工程土层参数

Table 3 Soil parameters of Shanghai Zhabei foundation pit

土层情况	天然重度 / (kN · m ⁻³)	土层厚度 /m	弹性模量 /MPa	泊松比
素填土	18.00	1.70	18.00	0.32
粉质黏土	18.40	4.80	26.60	0.35
淤泥质黏土	16.90	13.00	11.20	0.40
黏土	17.90	9.00	12.60	0.35

图 9 为上海闸北基坑工程开挖引起地铁 1 号线竖向变形的实测结果与本文改进 Winkler 地基梁模型方法计算结果对比图。本文方法相较于传统 Winkler 法计算结果更接近隧道变形实测值，趋势与实测值较为一致。本文改进 Winkler 法计算结果略大于实测结果，主要原因在于本文所提解析方法没有考虑土体的分层特性，计算结果相较于实测数据偏于保守。

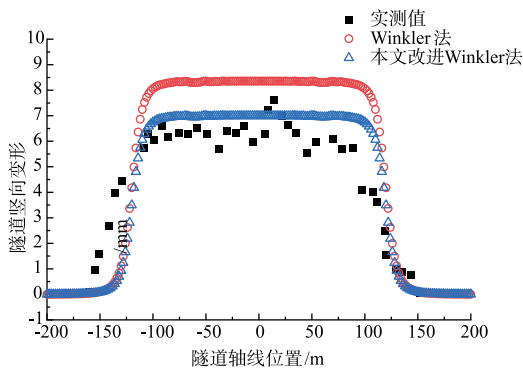


图 9 隧道竖向变形计算结果对比

Fig. 9 Comparison of calculation results of tunnel vertical deformation

3 工程应用

3.1 工程概况

本项目位于广州市海珠区，拟建 4 层地下室。基坑南北宽约 132 m，东西宽约 86 m，基坑面积约 11300 m²，场地平整标高为 +7.50 m，基底埋深 17 m。拟建场地北侧围护结构距离地铁广佛线约 12 m，地铁埋深约 20 m。地下连续墙的插入深度为 24 m，最大水平变形约为 15.25 mm。根据工程的地质勘察报告，地基基床反力系数为 21950 kN/m³。拟建场地基坑与地铁广佛线的位置关系如图 10 所示，基坑紧邻隧道侧支护方案剖面图如图 11 所示，土层参数如表 4 所示。

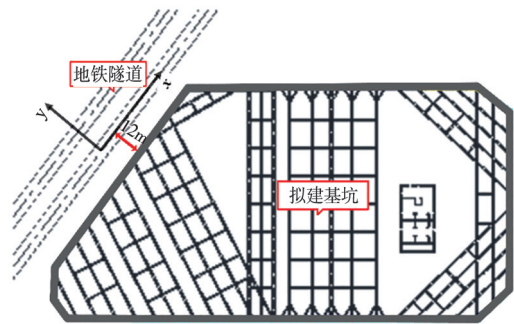


图 10 拟建地块基坑与地铁隧道平面位置关系图

Fig. 10 Location relationship between the foundation pit of the proposed plot and the metro tunnels

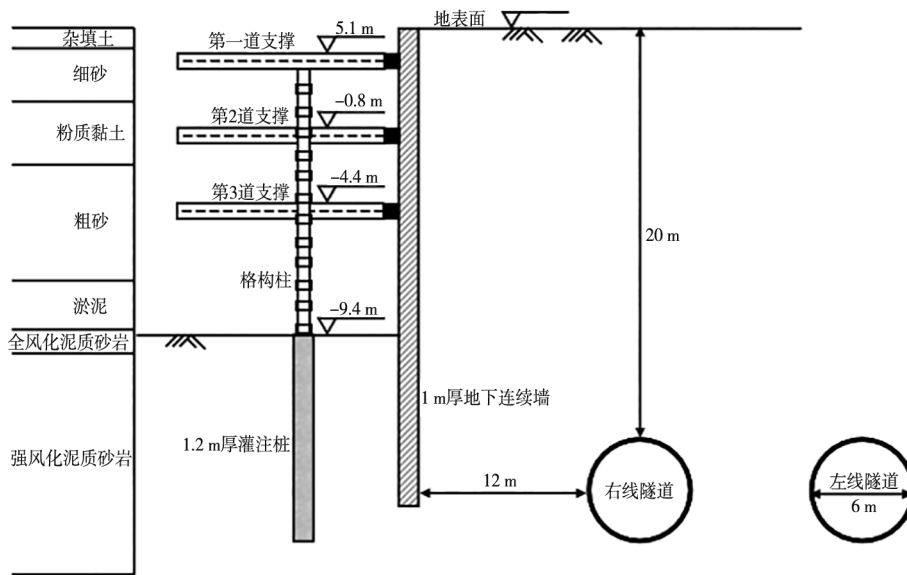


图 11 基坑与临近地铁隧道位置关系图

Fig. 11 Location between the foundation pit and the adjacent metro tunnels

表 4 地铁广佛线基坑工程土层参数

Table 4 Soil parameters of the foundation pit of Guang-Fo Line

土层情况	天然重度 / ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	土层厚度 /m	弹性模量 /MPa	泊松比
杂填土	17.80	2.00	15.00	0.43
细砂	19.00	3.20	24.00	0.30
粉质黏土	18.50	3.50	12.00	0.32
粗砂	19.50	6.50	25.00	0.30
淤泥	16.20	2.80	14.80	0.30
全风化泥质砂岩	18.90	2.60	247.80	0.28
强风化泥质砂岩	19.50	12.80	500.00	0.28

3.2 隧道变形计算

首先根据本文提出的隧道最大水平变形预测经验公式计算得出隧道最大水平变形 δ_{hm} 为 6.62 mm，然后使用本文改进的考虑隧道埋深影响系数 Winkler 地基梁模型计算隧道的竖向变形，并与有限元数值模拟方法的计算结果进行对比，如图 12 所示。

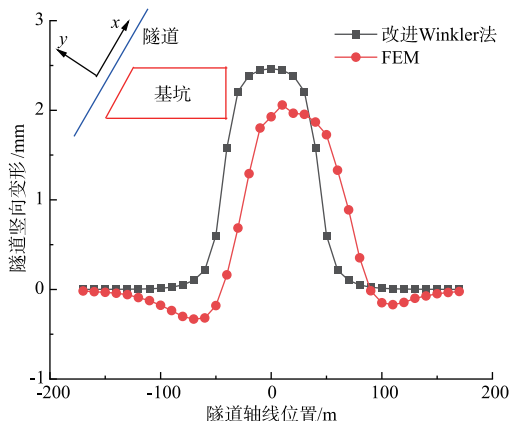


图 12 数值模拟法与改进 Winkler 模型计算结果对比

Fig. 12 Comparison of the calculation results between the numerical simulation method and the improved Winkler model

由图 12 可知，数值模拟法计算地铁隧道竖向变形趋势更偏向于 x 轴正方向，主要原因在于：采用本文计算方法时将基坑近似为矩形，而基坑实际上不是规则的，整体更偏向于 x 轴正方向。数值模拟法计算得到地铁隧道最大水平变形为 5.33 mm，最大竖向变形为 2.07 mm。经验预测公式计算得到地铁隧道最大水平变形为 6.62 mm，比数值模拟结果大 1.29 mm，误差为 24.20%；本文改进的 Winkler 地基梁模型计算得到地铁隧道的最大竖向变形为 2.47 mm，比数值模拟结果大了 0.4 mm，误差为 19.32%。由此可见，本文计算方法具有一定的科学性和合理性，对于类似工程案例具有一定的参

考价值。

4 结论

(1) 基于 XGBoost 算法计算地铁隧道水平变形影响因素的重要度排序结果表明，基坑与隧道的相对位置关系、基坑开挖体量对地铁隧道的水平变形影响较大。因此在基坑设计时，需要严格控制基坑与临近地铁隧道之间的距离；在基坑开挖时，可通过分块分层开挖、坑底加固等措施来控制围护结构的变形，进而减少对临近地铁隧道的的影响。

(2) 采用两阶段法计算地铁的隧道竖向变形，首先采用 Mindlin 解计算基坑坑底及侧壁卸荷作用引起的隧道竖向附加应力；然后将隧道视为隧道为搁置在 Winkler 地基上的 Euler-Bernoulli 无限长梁，引入经隧道埋深影响系数修正后地基基床反力系数，求解地铁隧道的竖向变形理论解析解。

(3) 本文所提出的基坑开挖引起邻近地铁隧道变形简化计算方法可以较为准确地预测在基坑开挖卸荷作用下邻近既有隧道的水平和竖向变形。通过与数值模拟法、已发表的工程案例实测数据对比，本文方法与实测值之间的误差均在 25% 以内，验证了所提简化计算方法的科学性与合理性。

需要注意的是，本文所提的解析方法没有考虑土体的分层特性、基坑开挖降水等会引起地铁隧道和土体之间产生非线性作用的影响，在将来的研究中可以进一步深入。

参 考 文 献

- [1] 韩宝明, 李亚为, 鲁放, 等. 2021 年世界城市轨道交通运营统计与分析综述 [J]. 都市轨道交通, 2022, 35 (1): 5-11.
- [2] 《中国公路学报》编辑部. 中国交通隧道工程学术研究综述·2022 [J]. 中国公路学报, 2022, 35 (4): 1-40.
- [3] 张治国, 张孟喜, 王卫东. 基坑开挖对临近地铁隧道影响的两阶段分析方法 [J]. 岩土力学, 2011, 32 (7): 2085-2092.
- [4] 姜兆华, 张永兴. 基坑开挖对邻近隧道纵向位移影响的计算方法 [J]. 土木建筑与环境工程, 2013, 35 (1): 7-11+39.
- [5] 黄宏伟, 黄栩, Schweiger F. Helmut. 基坑开挖对下卧运营

岩土力学

- 盾构隧道影响的数值模拟研究 [J]. 土木工程学报, 2012, 45 (3): 182-189.
- [6] 郑刚, 刘庆晨, 邓旭. 基坑开挖对下卧运营地铁隧道影响的数值分析与变形控制研究 [J]. 岩土力学, 2013, 34 (5): 1459-1468.
- [7] CHEN T Q, GUESTRIN C. XGBoost: A scalable tree boosting system [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2016, abs/1603.02754.
- [8] 温忠义, 张丽娟, 陈松, 等. 基坑支护结构变形对邻近地铁隧道的影响研究 [J]. 路基工程, 2014 (5): 144-148.
- [9] 钟铮, 梅英宝. 紧邻地铁的大型深基坑施工中的环境保护 [J]. 建筑施工, 2006, (11): 863-866.
- [10] 王卫东, 沈健, 翁其平, 等. 基坑工程对邻近地铁隧道影响的分析与对策 [J]. 岩土工程学报, 2006 (S1): 1340-1345.
- [11] 贾坚. 逆作开挖深基坑控制卸载变形的方法与实践 [J]. 岩土工程学报, 2007 (2): 304-308.
- [12] 汪小兵, 贾坚. 深基坑开挖对既有地铁隧道的影响分析及控制措施 [J]. 城市轨道交通研究, 2009, 12 (5): 52-57.
- [13] 闫静雅. 邻近运营地铁隧道的深基坑设计施工浅谈 [J]. 岩土工程学报, 2010, 32 (S1): 234-237.
- [14] 王利军, 邱俊筠, 何忠明, 等. 超大深基坑开挖对邻近地铁隧道变形影响 [J]. 长安大学学报 (自然科学版), 2020, 40 (6): 77-85.
- [15] 李海涛, 孔德胤, 王磊, 等. 上海东方金融广场深基坑施工监测分析与信息化施工 [J]. 施工技术, 2011, 40 (13): 15-19.
- [16] 张治国, 徐晨. 紧邻运营地铁进行基坑施工的影响因素研究 [J]. 上海理工大学学报, 2016, 38 (1): 69-75.
- [17] 许四法, 周奇辉, 郑文豪, 等. 基坑施工对邻近运营隧道变形影响全过程实测分析 [J]. 岩土工程学报, 2021, 43 (5): 804-812.
- [18] 陈文艳, 施文捷, 李庆来. 基坑近距离跨越既有轨道交通结构的变形影响分析 [J]. 地下工程与隧道, 2016 (1): 11-14+54.
- [19] 徐长节, 孙凤明, 陈金友, 等. 基坑相邻地铁隧道变形与应力控制措施 [J]. 土木建筑与环境工程, 2013, 35 (S1): 75-80.
- [20] 胡琦, 祁晓翔, 许四法, 等. 软弱土地基深基坑坑底加固对邻近地铁隧道的保护作用分析 [J]. 科技通报, 2015, 31 (7): 59-62.
- [21] 徐建勇, 钱丽英, 周时. 软土地区深基坑施工对邻近运营地铁隧道影响的实测分析 [J]. 公路交通技术, 2016, 32 (4): 110-114+123.
- [22] 陈仁朋, 孟凡衍, 李忠超, 等. 邻近深基坑地铁隧道过大位移及保护措施 [J]. 浙江大学学报 (工学版), 2016, 50 (5): 856-863.
- [23] 李顺群, 马伟亮, 叶茂松, 等. 基坑开挖对邻近既有隧道变形的影响 [J]. 济南大学学报 (自然科学版), 2022, 36 (3): 252-260.
- [24] 马永峰, 周丁恒, 曹力桥, 等. 临近地铁隧道的软土深基坑施工影响分析 [J]. 青岛理工大学学报, 2015, 36 (1): 34-40.
- [25] 张林元, 周山龙, 徐忠民, 等. 邻近既有轨道交通区间隧道深基坑施工技术研究 [J]. 苏州大学学报 (工科版), 2012, 32 (6): 76-82.
- [26] 张兵兵, 卢伟晓, 李为腾. 基坑开挖对临近既有地铁隧道影响分析 [J]. 科学技术与工程, 2020, 20 (35): 14673-14680.
- [27] 袁静, 刘兴旺, 陈卫林. 杭州粉砂土地基深基坑施工对邻近地铁隧道、车站的影响研究 [J]. 岩土工程学报, 2012, 34 (S1): 398-403.
- [28] 唐文. 深基坑开挖卸载对临近地铁隧道影响的数值分析 [J]. 福建建设科技, 2020, (3): 60-62+68.
- [29] 李连祥, 张强, 石锦江, 等. 基坑开挖邻近隧道水平形变位移规律 [J]. 山东大学学报 (工学版), 2021, 51 (1): 46-52+59.
- [30] 杜一鸣. 基坑开挖对邻近既有隧道变形影响及保护研究 [D]. 天津: 天津大学, 2017.
- [31] 左殿军, 史林, 李铭铭, 等. 深基坑开挖对邻近地铁隧道影响数值计算分析 [J]. 岩土工程学报, 2014, 36 (S2): 391-395.
- [32] LIU G B, HUANG P, SHI J W, et al. Performance of a deep excavation and its effect on adjacent tunnels in Shanghai soft clay [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2016, 30 (6).
- [33] VESIC A S. Bending of beams resting on isotropic elastic solid [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASC, 1961, 87 (2): 35-53.
- [34] ATTEWELL P B, YEATES J, SELBY A R. Soil movements induced by tunnelling and their effects on pipelines and structures [M]. London: Blackie and Son Ltd., 1986: 128-132.
- [35] YU J, ZHANG C R, HUANG M S. Soil-pipe interaction due to tunnelling: Assessment of Winkler modulus for underground pipelines [J]. Computers and Geotechnics, 2013, 50.