

综合楼施工深基坑变形多点视觉监测

Multi Point Visual Monitoring of Deformation in Deep Foundation Pits During the Construction of Comprehensive Buildings

彭方圆

(北京城建房地产开发有限公司,北京 100081)

摘 要:以保障工程施工安全为目的,提出综合楼施工深基坑变形多点视觉监测方法。以某待测综合楼施 工工程深基坑项目为研究标靶,在其周围设置测点并布设图像传感器采集深基坑支护桩顶、周围道路、管线等 位置的相关图像,利用包围盒法重建三维深基坑图像,采用粗糙 K 均值聚类算法计算靶点范围与中心,通过对 比原始图像与监测图像的标志点差异获取深基坑的变形位移值,利用所得深基坑图像的标志点位移变化量构建 监测数据样本,通过训练 RBF 神经网络输出深基坑变形预测结果。实验结果表明:该方法可有效监测深基坑变 形;深基坑周围道路沉降的变形量最大约为 15.12 mm,未达到报警值 40 mm;围护加固结构可有效约束深基坑 变形。

关键词:软土地区;复杂环境条件;商业综合楼;施工工程;深基坑变形;多点视觉监测 中图分类号:TU473 文献标志码:A 文章编号:1005-8249 (2024) 01-0113-06 DOI:10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2024.01.020

PENG Fangyuan

(BUCG REAL ESTATE Co., Ltd., Beijing 100081, China)

Abstract: A multi-point visual monitoring method for deformation of deep foundation pits in comprehensive building construction is proposed with the aim of ensuring construction safety. Taking a deep foundation pit project of a comprehensive building construction project to be tested as the research target, measuring points are set up around it and image sensors are deployed to collect relevant images of the top of the deep foundation pit support pile, surrounding roads, pipelines, etc. The three-dimensional deep foundation pit image is reconstructed using the bounding box method. The rough K-means clustering algorithm is used to calculate the range and center of the target points. The deformation displacement value of the deep foundation pit is obtained by comparing the difference between the original image and the monitoring image's landmark points, Construct monitoring data samples using the displacement changes of landmark points in the obtained deep foundation pit images, and output deformation prediction results of deep foundation pits through training an RBF neural network. The experimental results show that this method can effectively monitor the deformation of deep foundation pits; The maximum deformation of the road settlement around the deep foundation pit is about 15. 12mm, which has not reached the alarm value of 40mm; The reinforcement structure of the enclosure can effectively constrain the deformation of deep foundation pits.

Keywords: soft soil area; complex environmental conditions; commercial complex building; construction works; deep foundation pit deformation; multi-point visual monitoring

作者简介:彭方圆 (1979—),男,本科,工程师,主要研 究方向:建筑施工。

收稿日期: 2023-10-13

0 引言

随着当前城市的不断发展,针对地下空间方面 的开发也不断深入,随之而来的复杂环境条件下深 基坑施工问题也层出不穷^[1-3]。综合楼施工工程的开 挖基坑深度较大,在复杂环境条件下对周围土体与

岩土力学

地下水位具有较大影响,间接或直接导致周围建筑 出现变形问题^[4-5]。例如东南沿海的软土地区土体具 有孔隙大、含水量高、密度等特征,基坑工程施工 难度大,安全事故频发,需要对其施工过程展开综 合监测。为了全面了解围护结构,可根据监测结果 调整施工参数^[6],并根据变化规律预测后续工况, 及时提出对策。

目前也有很多学者研究深基坑监测方法,如金 生吉等^[7]通过采集深基坑支护桩位移数据监测深基 坑变形方法。储晓芳等^[8]将深基坑支护桩信息输入 到有限元模型,利用有限元模型模拟完成深基坑变 形监测。这两种方法虽可实现深基坑变形监测,但 在应用过程中均受深基坑数据采集准确度的影响, 监测难度较大。

为了提升工程深基坑变形监测技术水平,本文 研究综合楼施工深基坑变形多点视觉监测方法,在 施工深基坑周围设置测点并布设图像传感器采集深 基坑支护图像;利用包围盒法重建三维深基坑图像, 采用粗糙 K 均值聚类算法计算靶点范围与中心,计 算深基坑的变形位移值;构建 RBF 神经网络完成深 基坑变形预测。实验结果表明,该方法可有效监测 深基坑变形,提升了监测水平。

1 深基坑变形多点视觉监测

在深基坑周围设置测点,令标靶为待测深基坑, 同时布设图像传感器采集基坑支护桩顶、周围道路、 管线等位置的相关图像。利用光源向深基坑发射的 激光束获取可反映深基坑轮廓的光斑,经成像物镜 折射该光斑至图像传感器的光敏面,获取相关电信 号,然后应用数模转换器转换所得电信号为具有深 基坑光强信息与位置信号的一维图像,通过分析在 标靶上的标志点重建三维深基坑图像,通过对比原 始图片与监测图片的标志点差异,即可获取深基坑 的变形位移值。

1.1 三维深基坑图像重构

选取包围盒法重建三维深基坑图像^[9],设深基 坑图像坐标为(*a*, *b*),轮廓计算公式为:

 $E = \gamma E^{LBF} + (1 - \gamma) E^{LCF} + vL(\varphi) + \mu P(\varphi)$ (1) 式中: E^{LBF} 和 E^{LCF} 分别为深基坑图像的局部灰度信息 和梯度能量项; $\gamma , L(\varphi)$ 和 $P(\varphi)$ 分别为深基坑图像 中所有地标点邻域的灰度系数、边缘轮廓长度约束 和稀疏正则化项; 常数 v 和 μ 是所有深基坑图像的约 束权重系数。

经平滑度处理深基坑图像及其背景,得到盒子 模型的计算公式为:

$$L(\varphi) = \int_{\Omega} \delta(\varphi) \mid \nabla \varphi \mid da$$
 (2)

式中: $\delta(\varphi)$ 、 $\nabla \varphi$ 分别为深基坑图像及其背景的标志 点稀疏度正则项; a为原始深基坑图像标志点的横 坐标。

通过包围盒法得出深基坑图像边缘标志点的部 分高斯分布情况,得到:

$$P(\varphi) = \int \frac{1}{2} \left(| \nabla \varphi | - 1 \right)^2 da$$
(3)
得到深基坑图像的三维坐标公式为:

$$E^{\text{LBF}}(\varphi, f_1, f_2) = \lambda_1 \int \left[\int B_{\sigma}(a-b) \mid I - f_1(a) \mid^2 H(\varphi) db \right] da + \lambda_2 \int \left[\int B_{\sigma}(a-b) \mid I - f_2(a) \mid^2 (1 - H(\varphi)) db \right] da$$

$$\tag{4}$$

$$\begin{split} E^{\text{LGF}} &= (\varphi, f_1^c, f_2^c) \\ &= \lambda_1 \int \left[\int B_{\sigma}(a-b) + I^c - f_1^c(a) + {}^2H(\varphi) \, \mathrm{d}b \right] \mathrm{d}a + \lambda_2 \int \left[\int B_{\sigma}(a-b) + I^c - f_2^c(a) + {}^2(1-H(\varphi)) \, \mathrm{d}b \right] \mathrm{d}a \end{split}$$

式中: I^c 、 f_1^c 、 f_2^c 分别为三维深基坑图像重建的表面、 网格表面弯曲区域及网格表面直线区域的梯度模; 常数 λ_1 、 λ_2 均为局部深基坑图像约束权重系数; $f_1(a)$ 、 $f_2(a)$ 均为三维深基坑图像重建的灰度值; B_{σ} 、 $H(\varphi)$ 分别为标准差、三维空间映射; b 为原始 深基坑图像标志点的纵坐标。得到深基坑图像重建 的三维数据场表示为:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\delta(\varphi) \left[\theta(\lambda_1 e_1^{\text{LBF}} - \lambda_2 e_2^{\text{LBF}}) + (1 - \theta)(\lambda_1 e_1^{\text{LGF}} - \lambda_2 e_2^{\text{LGF}}) \right] + v\delta(\varphi) \operatorname{div}(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}) + \mu(\nabla^2 \varphi - \operatorname{div}(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}))$$
(6)

(5)

其中,
$$e_1^{\text{LBF}}$$
, e_2^{LBF} , e_1^{LGF} , e_2^{LGF} 的公式分别表示为:

$$\begin{cases}
e_1^{\text{LBF}} = \int_{\Omega} B_{\sigma}(b-a) + I(a) - f_1(b) + {}^2 \mathrm{d}b \\
e_2^{\text{LBF}} = \int_{\Omega} B_{\sigma}(b-a) + I(a) - f_2(b) + {}^2 \mathrm{d}b
\end{cases}$$
(7)

$$\begin{cases} e_1^{\text{LGF}} = \int_{\Omega} B_{\sigma}(b-a) + I^{c}(a) - f_1^{c}(b) + {}^2 \text{d}b \\ e_2^{\text{LGF}} = \int_{\Omega} B_{\sigma}(b-a) + I^{c}(a) - f_2^{c}(b) + {}^2 \text{d}b \end{cases}$$
(8)

式中: $H(\varphi)$ 及 $\delta(\varphi)$ 分别为三维空间映射以及深基 坑图像映射的动态点。

将上述所得深基坑图像重建的三维数据场输入 ANSYS有限元软件中直接绘制三维深基坑图像。

1.2 基于粗糙 K 均值聚类算法的靶点中心优化

灰度化处理完成分布式滤波融合的深基坑图像, 降低噪声对深基坑靶点中心识别提取的影响^[10-12], 公式为:

I = 0.299*R* + 0.587*G* + 0.114*B* (9) 其中,完成灰度化的深基坑图像是*I*;*R*、*G*、*B*为 红、绿、蓝三个颜色通道。

由于靶点与背景的像素灰度没有明显的区分阈 值,导致靶点范围的识别存在模糊性,所以文中采 用粗糙 K 均值聚类算法对该问题展开优化。

首先划分输入的 n 个深基坑图像的像素为 K 个 类,设 $\overline{C_k}$ 、 C_k 分别为类 C_k 的上、下近似集, C_k^B 为类 C_k 的边界范围集,得到 C_k 的质心 m_k 的计算公式为:

$$m_{k} = \begin{cases} w_{1} \sum_{a_{i} \in C_{k}} \frac{a_{i}}{|C_{k}|} + w_{b} \sum_{a_{j} \in C_{k}^{B}} \frac{a_{i}}{|C_{k}|} \\ \sum_{a_{j} \in C_{k}} \frac{x_{j}}{|C_{k}|} \end{cases}$$
(10)

式中: $|C_k|$ 为类 C_k 内下近似集的标志点数, $|C_k^B| = |\overline{C_k} - C_k|$ 表示类 C_k 的边界范围的标志点数, $C_k^B \neq \Phi$; w_1, w_b 分别为下近似、边界范围的权重, $w_1 + w_b = 1$ 。

粗糙 K 均值聚类算法具体如下:

输入: 设深基坑图像集 U 中标志点数为 n 个,
 图像标志点的聚类数通过 K 描述, 边界范围阈值设置表示为 e;

输出:图像标志点聚类结果 { C_1 , C_1^B , C_2 , C_2^B , …, C_k , C_k^B };

中间量说明: M 为原始图像标志点类中心集, $d = |A_i - M_j|$ 表示当前标志点 A_i 到指定类中心 M_j 之间的距离, d_{\min} 为当前最小距离。

通过该算法在深基坑图像 U 中任意挑选 K 个标 志点的初始化类中心,然后以初始化类中心分割任 意挑选的深基坑图像样本范围,以根据距离搜索最 近的类中心为分割依据 m,通过与 e 对比判断隶属 第 k 类的是下近似范围还是边界范围^[13-14],利用 getRadius (•)函数求取所有类的半径参数,利用 getImpact (•)函数求取深基坑图像样本概率所属 类的影响,最后通过 updateCenter (•)函数更新深 基坑图像样本相应类质心,在聚类算法的迭代次数 超出 e 时结束并输出结果。

通过上述步骤识别基坑图像的靶点范围后,需要估计其中心位置,使用高斯加权质心法估计目标中心,使用离散高斯函数变换灰度值,对大量深基坑图像样本的靶点中心周围所有标志点灰度、数量和中心距离的实际状况进行模拟^[15],则存在 *m* × *n* 个标志点的深基坑图像中,高斯加权重心法估计标靶中心坐标的公式为:

$$a_{0} = \frac{\sum_{a=1}^{m} \sum_{b=1}^{n} I(a, b) a}{\sum_{a=1}^{m} \sum_{b=1}^{n} I(a, b)}, \ b_{0} = \frac{\sum_{a=1}^{m} \sum_{b=1}^{n} I(a, b) b}{\sum_{a=1}^{m} \sum_{b=1}^{n} I(a, b)}$$
(11)

式中:*I*(*a*, *b*) 为经过滤波、灰度化处理的深基坑 图像数据, 其中, *a* = 1, 2, …, *m*; *b* = 1, 2, …, *n*。

1.3 深基坑变形监测模型

由于图像传感器为固定布设,深基坑的变形表 现为其靶点中心的位置变化,遂通过采集深基坑图 像并监控靶点中心在其中的位置变化监测深基坑的 微小位移。

设当前监测所得深基坑图像的靶点中心坐标为 (*a*₁, *b*₁),而基准中心坐标是(*a*₀, *b*₀),则深基坑 图像中靶点中心的偏移为:

$$\Delta a = (a_1 - a_0), \ \Delta b = (b_1 - b_0)$$
(12)

通过分析深基坑图像的中心偏移量即可得出标 志点的位移变化。

考虑到软土地区复杂环境条件下大型工程的复 杂性、深基坑变形的不确定性以及实测数据的非线

岩土力学

性,采用 RBF 神经网络构建深基坑变形预测模型解决上述问题。将深基坑图像的中心偏移量输入到 RBF 神经网络的输入层,通过其输出层得到深基坑变形预测结果。

RBF 神经网络由输入、隐含以及输出三层构成, 不同层之间的连接由神经元节点负责,同层内节点 不耦合,各层神经元敏感于前层神经元,且下层输 出也只受神经元输出影响。

设 RBF 输入、输出、隐含层的神经元个数分别 为 $M \, , J \, , S$, 记 输 入、输 出 变 量 分 别 为 $X = (a_M, b_M)^{\text{T}} , Y = \Delta (a_J, b_J)^{\text{T}}$ 。已知每幅深基坑图像 的特征与其所属类别标签可构建数据集中的一个样 本,记有 N 个输入层训练样本 X_n (n = 1, 2, ...,N),隐含层应用高斯基函数,则输入层至隐含层的 激励输出为:

$$\varphi(X_n, c_i) = \exp(-\frac{1}{2\sigma_i^2} ||X_n - c_i||^2)$$
 (13)

式中: c_i 为第i个隐含单元的中心; σ_i 为标准差。

隐含层至输出层的映射表示为:

$$b_{j}(X_{n}) = \sum_{i=1}^{s} w_{ij}\varphi(X_{n}, c_{i})$$
(14)

式中: wii 为隐含层和输出层的连接权值。

权矩阵 $W = [w_i]$ 通过伪逆法求解,得到:

$$W = G^+ D \tag{15}$$

式中: G^+ 为矩阵 $G = [g_{ki}]$ 的伪逆; D 为期望输出的深 基坑变形预测结果,具体表示为:

 $D = -\max_{C_k = -1} \left[w^* \cdot (\Delta a, \Delta b) \right] + \min_{C_k = +1} \left[w^* \cdot (\Delta a, \Delta b) \right]$ (16)

式中:w*为最佳权向量。

2 实验分析

以某软土地区复杂环境条件下的大型商业综合 楼施工工程为实验对象,该工程位于市中心的繁华 路段,周围拥有较多道路、建筑以及地下管线,综 合楼为一栋 30 层办公、5 层商业组合体以及地下 5 层建筑。施工工程占地 35000 m²,工程总建筑 250000 m²,其中地上、地下建筑面积分别约为 140000 m²、110000 m²。基坑开挖面积约 29800 m², 基坑最深挖深 25 m。为验证本文方法的监测效果, 在深基坑周围布设测点,部分监测项目测点布设情 况见表 1。

表1 监测项目测点布设表

ment of measurement points of monitoring item

Tuble 1 /11/4	ingement of measurement points of monitoring items
监测项目	测点布设
围护桩顶 水平位移	约 14 m/个,每道 40 个,共 50 个测点
围护支撑水平 位移监测	约 14 m/个,每道 50个,共 20个测点
围护桩身 侧向位移	共设置18个测点,测斜孔深度与桩长一致
周围道路 沉降监测	共布 88 个测点,每边 1 个剖面,每剖面布点 20 个
周围道路水平 位移监测	约 10 m/点, 共布 35 个测点
周围管线 沉降监测	约 10 m/点, 共布 30 个测点
周围建筑物 沉降监测	约 10 m/点, 共布 35 个测点

深基坑监测是信息化施工的重要组成部分,本 工程根据监测方案和现场施工情况基坑监测项目有: 桩顶水平位移、支护桩身侧向位移、周围建筑物沉 降等,监测预警值见表2。

表 2 监测项目报警值 Table 2 Monitoring value of alarm items

	0				
山东洞口五日	报警值				
监测项目	变化速率/ (mm/d)	累计值/mm			
围护桩顶水平位移	1~4	40			
围护支撑水平位移	1~4	40、45			
围护桩身侧向位移	5	50			
周围道路、管线沉降	5	40			
周围建筑物沉降	1~4	34, 42			
周围道路位移	1~4	40			

以深基坑某一区域为实验对象,实验使用 ANSYS有限元软件平台呈现本文方法的变形监测情况,如图1所示。



Fig. 1 Deformation monitoring of the deep foundation pit

分析图1可知,本文方法可有效监测深基坑变 形,获取深基坑的变形量,并且在深基坑区域发生 变形的情况下利用不同颜色进行标记变形区域,具 有较好的应用性。

利用本文方法分析不同工作下深基坑周围道路 沉降变化,结果如图2所示。





Fig. 2 Change plot of road settlement around the deep foundation pit

通过图 2 可以看出,深基坑周围道路沉降的变形 量最大约为 15.12 mm,距离深基坑约 10 m,结合表 2 中周围道路沉降报警值 40 mm 可知,最大沉降量未 达到预警值,其中,在支撑下土方开挖阶段,周围 道路沉降变化量最大。

选择某布设在深基坑围护桩顶的测点,利用本 文方法分析其水平位移与深基坑开挖时间之间的关 系,结果如图3所示。





Fig. 3 Change of the horizontal displacement of the retaining pile top

通过图 3 可以看出,该测点的水平位移随着深基 坑的开挖深度增长而逐渐增加,最后趋近稳定,且 在较长一段时间内均维持稳定状态。但是其中存在 突然提升的 120 d 时间节点,在 120 d 之前,该测点 的水平位移缓慢变化且变化幅度较小,表示位移变 形量小; 120 d 之后支撑拆除,水平位移具有显著变 化,但在位移量剧增后步入新的稳定状态。原因是 着土力学

支撑拆除导致该测点的围护结构内力下降,围护结构内力受主动土压力作用出现较大的水平位移变化, 但在位移达到一定量后再次达到新平衡,有效体现 支撑的约束作用,可较好地约束深基坑围护结构顶 部变形。

以变形量为指标验证本文方法的监测效果。以深 基坑的围护支撑监测点为例,使用本文方法对其在一 段时间内的水平位移展开监测,监测结果见表3。

	表 3 围护支撑监测点水平位移监测结果
Table 3	Horizontal displacement monitoring results of enclosure
	· · · · · ·

support monitoring points						
时间/d	X 轴方向/m	Y轴方向/m				
25	0	0				
50	0	0.04				
75	0.02	0.04				
100	0.02	0.05				
125	0.03	0.05				
150	0.04	0.09				
175	0.04	0.11				
200	0.05	0.11				

分析表3可知,施工工程深基坑的围护支撑监测 点在前25d并未出现变形,但在50d后开始向Y轴 方向产生位移,且位移数值略大。在75d后,围护 支撑监测点出现X轴方向位移,表示围护支撑监测 点的中心位置开始产生位移,且缓慢扩散至X轴、Y 轴方向。其中,该点朝X轴方向的位移数值较小, 变Y轴方向的位移在125~175d的范围内呈指数型 提升态势,表示该阶段内围护支撑监测点的变形情 况较为严重。在175d后该点在Y轴方向的位移数值 维持稳定,表示对围护支撑监测点展开了加固处理, 提升了该点位置的坚固程度,深基坑的坚固程度也 随之提升。

以周围管线沉降位移为指标验证本文方法的应用 效果。在周围管线沉降布设的88个测点中,每间隔11 个监测点选取1个监测点,共得到8个监测点,测试 其在某一时间段内的沉降情况,所得结果见表4。

由表4可知,施工工程深基坑的8个周围管线沉 降监测点在25d时均未出现变形。但随着时间的增加,各监测点都开始出现不同程度的沉降变形。其中,监测点33*~77*间的沉降值都较小,表示该单位内的深基坑支护较为坚固。而监测点11*、22*、88* 的沉降值较大,且11*>88*>22*,由于11*监测点与 22*、88*监测点相邻,所以其沉降情况会在扩散过程 中影响到二者,导致二者的沉降位移值较大。综上,

岩土力学

本文方法能够有效监测施工工程深基坑周围管线沉 降情况,可通过沉降情况获取深基坑的坚固区域、 不坚固区域,为施工工程提供导向型数据。

表 4 周围管线监测点沉降数值 Table 4 Settlement value of surrounding pipeline monitoring points

时间/d								
	11#	22#	33#	44#	55#	66#	77#	88#
25	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0.03	0	0	0	0	0	0	0.04
75	0.06	0.03	0	0	0	0	0	0.06
100	0.10	0.04	0.03	0	0	0	0.02	0.08
125	0.11	0.07	0.05	0.03	0	0	0.04	0.12
150	0.14	0.10	0.07	0.04	0.03	0	0.06	0.18
175	0.20	0.14	0.10	0.06	0.05	0.04	0.07	0.22
200	0.27	0.18	0.13	0.06	0.05	0.04	0.07	0.24

3 结论

本文研究综合楼施工深基坑变形多点视觉监测 方法,在该方法中使用布设图像传感器的方式拍摄 深基坑图像,再对其进行重构后使用神经网络实现 深基坑变形监测。对本文方法进行实际实验后,得 出本文方法可有效监测深基坑的变形情况,具备较 好的应用效果。虽然本文方法在监测深基坑变形过 程中取得较好的成果,但其依然存在缺陷。如本文 应用图像传感器获取深基坑图像时,未考虑环境状 况,当拍摄的深基坑图像清晰度不足时,需应用相 关方法对其进行处理。

参考文献

- [1] 楼春晖,夏唐代,刘念武.软土地区基坑对周边环境影响空
 间效应分析 [J].岩土工程学报,2019,41 (S1):249-252.
- [2] 李曙光,吴应明,王洪坤.富水软土地区不同降水开挖工 况下深基坑变形研究 [J].施工技术(中英文),2022,51
 (1):26-31.
- [3] 曲成平,叶明辉,孙浩方.某项目深基坑变形监测与数值

模拟分析 [J]. 施工技术, 2019, 48 (22): 59-62.

- [4] 孙廉威,张阿晋,吴小建.窄长类匝道基坑开挖变形监测数据统计分析[J].中国安全生产科学技术,2021,17
 (5):93-98.
- [5] 罗正东,吴鹏,黄河,等.富水砂卵石地层深基坑开挖变 形监测与数值分析 [J].建筑结构,2020,50 (23):128-133.
- [6] 叶帅华,李德鹏.复杂环境下深大基坑开挖监测与数值 模拟分析 [J].土木工程学报,2019,52 (S2):117-126.
- [7] 金生吉,陈华,张鑫,等.公路隧道深基坑围护桩受力与变 形监测[J].沈阳工业大学学报,2019,41 (6):687-692.
- [8] 储晓芳,李大华,孟源,等.临河区域深基坑工程变形监测与模拟研究[J].建筑技术,2020,51 (11):1319-1322.
- [9] 张珂殊,吴一戎.距离向扫描合成孔径激光雷达目标三维 重建[J].红外与激光工程,2019,48(3):133-139.
- [10] 徐日庆,程康,应宏伟,等.基于影像源法的基坑开挖引 起的土体水平位移预测 [J].岩土工程学报,2019,41 (S1):17-20,72.
- [11] 何乐平,钟林,胡启军,等.基于多样本容量近景摄影测量的基坑稳定性评价[J].安全与环境学报,2020,20
 (6):2180-2186.
- [12] 刘嘉,彭秋旺.佛山软土地区地铁车站深基坑工程监测与数值模拟[J].施工技术,2019,48 (S1):688-692.
- [13] 孟江,李慧民,田卫.基于 GA-BP 的基坑施工引起隧道
 隆起变形预测研究 [J].铁道科学与工程学报,2019,16
 (10): 2521-2529.
- [14] 李步遥,司马军.基于 MEC-BP 神经网络的基坑水平位移 反演分析 [J].铁道科学与工程学报,2021,18 (7): 1764-1772.
- [15] 赵华菁,张名扬,刘维,等.基于神经网络算法的深基坑
 地连墙变形动态预测 [J].地下空间与工程学报,2021,
 17 (S1): 321-327.