双隧道结构及稳定性开挖影响因素的数值研究及敏感性分析

Numerical Study and Sensitivity Analysis of Influencing Factors of Double Tunnel Structure and Stability Excavation

刘 渊、郭鹏飞

(广西路桥工程集团有限公司,广西南宁 530200)

摘 要: 双隧道的设计、开挖和建设一直以来都是国内外学者研究的重点话题,影响双隧道的影响因素很 多,每一种因素都有可能导致隧道的开挖出现不可预见的问题。因此采用室内岩石力学试验、FLAC 3D 数值模 拟以及决策理论等技术手段对常见的影响双隧道稳定性的拱顶曲率、双隧道间距、隧道仰拱曲率、开挖岩层内 聚力以及隧道的长度等 5 种影响因素进行研究分析,并得出影响双隧道开挖时的最敏感因素。结果表明:随着 隧道拱顶曲率的增加,其拱顶位移、最大主应力以及最大垂直应力均呈下降趋势,其中部岩柱的最大垂直应力 呈上升趋势;双隧道间距以及其他 3 种影响因素的改变,均会对双隧道的开挖产生各自不同的影响。同时在此 基础上,采用决策理论思想构造判断矩阵,对 5 种影响双隧道开挖的因素进行了敏感性分析,并根据最大隶属 度原则确定了拱顶曲率的设计为影响双隧道稳定性的最敏感因素。研究结果为今后双隧道的设计、开挖、科研 以及检测方面提供了科学依据。

关键词:力学试验;双隧道;FLAC 3D 数值模拟;影响因素;敏感性分析
 中图分类号:U458 文献标志码:A 文章编号:1005-8249 (2024) 01-0107-07
 DOI:10.19860/j.cnki.issn1005-8249.2024.01.019

LIU Yuan, GUO Pengfei

(Guangxi Road and Bridge Engineering Group Co., Ltd., Nanning 530200, China)

Abstract: The design, excavation, and construction of double tunnels have always been a key topic of research for scholars at home and abroad. There are many factors that affect double tunnels, and each factor may lead to unforeseeable problems in tunnel excavation. Therefore, this article uses indoor rock mechanics experiments, FLAC 3D numerical simulation, and decision theory to study and analyze five common influencing factors on the stability of double tunnels, including arch curvature, double tunnel spacing, tunnel arch curvature, excavation rock cohesion, and tunnel length. The most sensitive factors affecting the excavation of double tunnels are identified. The research results show that as the curvature of the tunnel arch increases, its arch displacement, maximum principal stress, and maximum vertical stress all show a downward trend, while the maximum vertical stress of the central rock column shows an upward trend; The changes in the spacing between double tunnels and the other three influencing factors will have different impacts on the excavation of double tunnels. On this basis, a judgment matrix was constructed using decision theory, and sensitivity analysis was conducted on five factors that affect the excavation of double tunnels. Based on the principle of maximum membership degree, the design of arch curvature was determined as the most sensitive factor affecting the stability of double tunnels. The research results provide scientific basis for the design, excavation, scientific research, and testing of double tunnels in the future.

Keywords: mechanical test; double tunnel; FLAC 3D numerical simulation; influence factor; sensitivity analysis

作者简介:刘渊(1982—),男,本科,高级工程师,主要研究方向:公路市政工程管理。 通信作者:郭鹏飞(1991—),男,博士,副教授,主要研究方向:深部岩体灾害防控及隧道工程。 收稿日期:2023-01-10

岩土力学

0 引言

近年来双隧道的研究日益成为了科研界的主流 话题. 双隧道的开挖会伴随着诸多对隧道稳定性不 利的影响因素、例如、隧道的断面尺寸、拱顶曲率、 仰拱曲率以及地震效应影响等。国内外学者对影响 双隧道的很多因素进行了大量的研究:燕永平[1]采 用数值模拟技术和现场爆破振动监测技术对软岩地 区的双隧道开挖分别进行了静力分析和爆破动力响 应机制的研究:康跃明^[2]以相似理论为基础采用相 似试验和数值模拟的综合方式对某高应力地区的双 隧道开挖时围岩应力的变化规律进行了大量研究: 孟宪聪等[3] 通过建立双隧道离散元模型,研究了近 间距双隧道列车运行时隧道的动力响应机制:孙纬 字等[4]采用黏弹性边界结合等效荷载的输入方法研 究了地震对双隧道的响应机制:李延涛^[5]采用有限 元方法建立了含有地下水的双隧道结构的场地模型. 并施加了水平地震波,研究了地下水条件下平行双 隧道对场地地震反应影响的分析:李文斯等^[6]采用 FLAC 3D数值模拟技术研究了双隧道开挖时地压及围 岩的破坏特征;马少坤等[7]采用离心模型试验研究 了不同埋深双隧道、不同开挖顺序对临近地埋管线 的影响:梁建文等[8]采用黏弹性边界方法和地震动 输入等效节点力方法,结合通用有限元软件 ANSYS 建立地铁双隧道地震响应分析问题的模型,研究了 黏弹性边界的地铁双隧道地震响应规律:朱合华 等^[9]采用岩石的真三轴试验、模拟实验和现场监测 等方法分析研究了 GZZ 岩体强度三维分析理论与深 埋隧道应力控制设计分析方法,为隧道的建设提供 了科学依据:张琳等^[10]采用数值分析的方法研究了 新建隧道对已有隧道的变形规律。

1 模拟方案

此次研究采用控制变量法对双隧道开挖的影响 因素进行敏感性分析,其主要研究目的是分析双隧 道开挖中影响双隧道设计及影响双隧道稳定性的主 要因素是什么,并根据计算结果构造判断矩阵,来 判断双隧道开挖的制约因素的优先顺序,为后续双 隧道的设计及开挖时隧道的稳定性分析提供科学 依据。

此次研究选取影响因素主要有: 双隧道的拱顶

曲率、隧道间距、开挖岩层的内聚力、双隧道的仰 拱曲率以及双隧道的开挖长度,共计5个影响因素。 为确保模拟计算结果更接近真实,模拟中5种因素按 照各自的特点由低到高分别设置5种梯度进行分析, 各影响因素的梯度间隔均设置为100%,其中双隧道 间距、开挖层岩体内聚力和双隧道长度均为正常设 置,双隧道的拱顶曲率和仰拱曲率,按照设计的高/ 深度进行100%增加,并经式(1)式(2)计算得到 不同梯度下的曲率.

$$R = \frac{a \times b \times c}{4S} \tag{1}$$

$$K = \frac{1}{R} \tag{2}$$

式中: *R* 为半径; *K* 为曲率; *a*、*b*、*c* 分别为曲线中点和两个端点连接而成的三角形的三条边; *S* 为三角形面积。各参数梯度见表 1。

но н				
Table	表 1 1 Changing	改变双隧道的拱顶 the vault curvatur	页曲率 re of double	tunnels
拱顶 曲率	双隧道间 距/m	开挖层岩体 内聚力/MPa	仰拱 曲率	双隧道 长度/m
0. 08	5	0. 83	0.06	100
0.14	5	0. 83	0.06	100
0. 18	5	0.83	0.06	100
0. 19	5	0. 83	0.06	100
0. 20	5	0.83	0.06	100
0.2	5	0. 83	0.06	100
0.2	6	0.83	0.06	100
0.2	7	0.83	0.06	100
0.2	8	0. 83	0.06	100
0.2	9	0.83	0.06	100
0.2	5	0. 83	0.06	100
0.2	5	1.66	0.06	100
0.2	5	2.49	0.06	100
0.2	5	3.32	0.06	100
0.2	5	4.15	0.06	100
0.2	5	0. 83	0	100
0.2	5	0.83	0.02	100

0.83

0.83

0.83

0.83

0.83

0.83

0.83

0.83

0.03

0.05

0.06

0.06

0.06

0.06

0.06

0.06

100

100

100

100

200

300

400

500

0.2

0.2

0.2

0.2

0.2

0.2

0.2

0.2

5

5

5

5

5

5

5

5

2 模型的建立

为确保计算结果的准确性,根据规范需设计开 挖半径的5倍围岩,在此基础上,确定模型的尺寸, 模型的尺寸为:长×宽×高=65 m×100 m×30 m。共建 立18150个节点,15600个单元。为保证模拟结果的 准确性,在隧道开挖拱顶、两腰及仰拱处的网格进 行加密处理,建立的模型如图1所示。同时为保证模 拟的准确性需对模型做出如下假设:

(1) 各岩层均为各向同性的均质体;

(2) 符合摩尔-库仑弹塑性理论模型;

(3) 模拟过程中不考虑地下水和时间效应的 影响。



图 1 模型示意图 Fig. 1 Schematic diagram of the model

2.1 模拟中力学参数的确定

为保证模型计算接近实际,因此对隧道开挖层 的岩石进行现场取样并进行室内岩石力学试验,试 验结果如图2所示。

根据图 2 可知,岩石的平均抗压强度约为 65.8 MPa,平均弹性模量约为 9.7 GPa。根据规范, 计算中必须为岩体的计算参数,因此需将岩石的物 理力学参数转化为岩体的物理力学参数,转化后的 物理力学参数如表 2 所示。





	Table 2 Roc	k mass mech	nanical paramet	ters
内聚力	内摩擦角	がわれていた	岩体弹性	平均密度
/MPa	/°	们你吃	模量/GPa	/ (kg/m ³)
0.83	38.1	0.2	1.84	2600

由于岩石的物理力学性质满足弹塑性材料特征, 并且根据理论和经验,岩体破坏主要是剪切和拉伸 破坏。所以此次研究选用摩尔-库仑强度准则作为材 料破坏准则进行计算^[11-12]。

2.2 边界条件

模型的顶部为自由边界,模型左右两侧及模型 底部为约束边界,采用 FLAC 3D 中的内置命令 "Fix" 经模型的约束边界进行约束,其主要作用是 限制约束边界中的位移、应力以及加速度等的变化。 模拟中,严格按照控制变量法进行研究。

3 结果分析

3.1 模拟结果

根据模拟方案,将计算得到的双隧道在不同影响因素下的应力-应变结果进行分析,并将相关数据导入 Origin 处理软件后,得到不同影响因素下双隧道最大主应力分布云图、双隧道中部岩柱和拱顶最大垂直应力以及拱顶最大垂直位移的变化趋势图,具体如图 3~图 4 所示。



(a) 拱顶曲率为 0.08





3.2 数据分析

根据数值分析并结合图3和图4可知,随着拱顶 曲率、双隧道间距、岩层内聚力、仰拱曲率、以及 双隧道长度的改变依次会导致隧道顶部最大主应力 的叠加现象逐渐减弱, 且其双隧道中部岩柱的最大 垂直应力逐渐增加,隧道拱顶的应力逐渐降低但是 原隧道顶部的应力会向拱顶两侧叠加,致使双隧道 中部岩柱的最大垂直应力逐渐增加,这是因为随着 隧道拱顶曲率的增加,隧道拱顶的应力逐渐降低, 但是原隧道顶部的应力会向拱顶两侧叠加,致使双 隧道中部岩柱的最大垂直应力显著增加, 伴随着双 隧道拱顶应力的降低,其拱顶的最大垂直位移也明 显降低, 且当隧道曲率为 0.18 时, 拱顶的位移发生 "断崖式"下降。由此可知,隧道随着曲率的增加, 其拱顶位移、最大主应力以及最大垂直应力均呈下 降趋势,其中部岩柱的最大垂直应力呈上升趋势; 随着双隧道间距的增加,隧道顶部最大主应力分布 状态基本没有发生改变,且拱顶最大垂直应力基本 保持不变,但是中部岩柱的最大垂直应力呈现近似 "对数函数"的增长趋势。这是因为,随着双隧道间 距的增加,并没有改变隧道的拱顶曲率,因此隧道 拱顶处的应力分布基本保持不变, 但随着双隧道间 距的不断增加,其中部岩柱逐渐变宽所承载的来自 上覆岩层的压力逐渐增加、导致岩柱的最大垂直应 力逐渐增加。同时可以看出,在此条件下,拱顶最 大垂直位移显著降低:随着岩层内聚力的改变.双 隧道开挖时,其最大主应力的分布状态、中部岩柱 和拱顶的最大垂直应力以及拱顶最大垂直位移几乎 没有发生变化:随着隧道仰拱曲率的增加,隧道仰 拱处的最大主应力产生的应力集中现象逐渐降低, 其中部岩柱和拱顶的最大垂直应力基本保持不变, 其拱顶最大垂直位移有所增加,但增加量相对较低; 随着双隧道长度的增加,隧道拱顶最大主应力集中 区域基本不变,但其应力逐渐降低,中部岩柱和拱 顶最大垂直应力均随着隧道长度的增加而表现出稳 步增长的趋势,增长幅度相对较低。其拱顶最大垂

岩十力学

直位移呈下降趋势。

4 决策分析

采用 AHP 模型对上述双隧道影响的 5 种不同影 响因素进行分析决策,以寻找出双隧道开挖条件下, 哪种影响因素的敏感性最高。

4.1 AHP 模型的建立

根据第3节双隧道开挖的5种不同影响因素的计 算结果构建 AHP 模型。如图 5 所示。



图 5 双隧道开挖影响因素敏感性评价指标层次结构

Fig. 5 Hierarchical structure of sensitivity evaluation indicators for influencing factors of double tunnel excavation

4.2 权重分析

4.2.1 双隧道影响因素的参数选择

根据3节的计算结果可知双隧道最大主应力、双 隧道中部岩柱和拱顶最大垂直应力以及拱顶最大垂直 位移的分布,见表3。根据计算结果制定权重分配原 则,即在相同条件下,单因素差值绝对值最小的敏感 性最低,否则最高。根据结果数据构建判断矩阵。

表 3 分析参数 Table 3 Analysis parameters 模拟结果数据最大 准则层 指标层 差值的绝对值 双隧道最大主应力 C₁ 0.007 MPa 拱 率 双 ľ

拱顶曲 率 W ₁	双隧道中部岩柱最大垂直应力 C ₂	0.17 MPa
	拱顶最大垂直应力 C3	0.06 MPa
	拱顶最大垂直位移 C4	0.54 mm
	双隧道最大主应力 C ₁	0.001 MPa
双隧道	双隧道中部岩柱最大垂直应力 C ₂	0.25 MPa
间距 W-	拱顶最大垂直应力 C3	0.01 MPa
•• 2	拱顶最大垂直位移 C ₄	0.48 mm
	双隧道最大主应力 C ₁	0.001 MPa
开挖层	双隧道中部岩柱最大垂直应力 C ₂	0.01 MPa
内衆力 W	拱顶最大垂直应力 C3	0.001 MPa
w 3	拱顶最大垂直位移 C4	0.01 mm
	双隧道最大主应力 C ₁	0.006 MPa
双隧道	双隧道中部岩柱最大垂直应力 C ₂	0.004 MPa
₩採曲 家 W	拱顶最大垂直应力 C3	0.006 MPa
	拱顶最大垂直位移 C ₄	0.01 mm
	双隧道最大主应力 C ₁	0.2 MPa
双隧道	双隧道中部岩柱最大垂直应力 C ₂	0.02 MPa
长度 W5	拱顶最大垂直应力 C3	0.006 MPa
	拱顶最大垂直位移 C4	0.16 mm

为确保合理的选择双隧道稳定性的敏感性因素, 以上5种影响因素权重相同均设为1. 通过比较指标 层的数据进行选择。

4.2.2 判断矩阵的构建

根据上述计算结果构建判断矩阵,分别如下:

	[1	0.5	0.2	0. 3333
I –	2	1	0.4	0. 6667
$J_{(A-B)}$ –	5	2.5	1	1. 6667
	3	1.5	0.6	1

 $J_{(B_1-C)} =$

 $J_{(n-c)} =$

[1	6. 9979	6. 9979	1.1667	0.0350
0. 1429	1	1	0. 1667	0.0050
0. 1429	1	1	0. 1667	0.0050
0. 8571	5.9979	5.9979	1	0.0300
28. 5714	199. 9398	199. 9398	33. 3350	1

1	$(B_2 - C)$				
	[1	0.6800	17.0068	42. 5532	8. 5034
	1.4706	1	25	62.5000	12.5
	0.0588	0.0400	1	2. 5019	0.5
	0.0235	0.0160	0. 3997	1	0. 1998
	0. 1176	0.0800	2	5.0043	1
	$J_{(B_2-C)} =$				

「岩土力学」

1										
	□	5.9988	59.8802	10	10	□ 1	1.1250	54.0541	54.0541	3.37
	0. 1667	1	9.9800	1.6669	1.6669	0. 8889	1	48.0769	48.0769	3.00
	0.0167	0. 1002	1	0. 1667	0. 1667	0.0185	0.0208	1	1	0.06
	0.1	0 5999	5 9880	1	1	0.0185	0.0208	1	1	0.06
	0.1	0.5000	5.0000	1	1	0. 2963	0.3333	16.0162	16.0162	1
	L 0. I	0. 3999	5.9880	1	1					

 $J_{(B_A - C)} =$

将上述判断矩阵进行权重计算得到各判断矩阵

的特征向量及相应参数,具体如表4所示。

液 4 (火里) 昇幻未 Table 4 Weight calculation results								
判断矩阵	特征向量	最大特征值 λ_{max}	С. І.	<i>R. I.</i>	C. R.			
A-B	W = $(0.0909, 0.1818, 0.4545, 0.2727)^{T}$	4.0000	0.0001	0. 8931	0.0001			
$B_1 - C$	$W_1 = (0.0326, 0.0047, 0.0047, 0.0279, 0.9302)^T$	4.9998	0.0000	1.1185	0.0000			
$B_2 - C$	$W_2 = (0.3745, 0.5506, 0.0220, 0.0088, 0.0441)^T$	5.0000	0.0000	1.1185	0.0000			
B ₃ -C	$W_3 = (0.7229, 0.1205, 0.0121, 0.0723, 0.0723)^T$	4.9993	0.0002	1.1185	0.0002			
$B_4 - C$	$W_4 = (0.4500, 0.4001, 0.0083, 0.0083, 0.1333)^T$	4.9998	0.0001	1.1185	0.0001			

将各权重进行综合分析,并对双隧道影响的5种不同影响因素进行优化筛选,得:

	0. 0326	0.3745	0.7229	0.4500		
	0.0047	0.5506	0.1205	0.4001		0. 0909
W =	0.0047	0.0220	0.0121	0.0083	×	0. 1818
	0.0279	0.0088	0.0723	0.0083		0. 4545
	0.9302	0.0441	0.0723	0. 1333		0. 2727
		0.0111	0.0720	0.1000	I	

根据判断矩阵最大隶属度原则,经计算得出, 双隧道开挖过程中,隧道拱顶曲率对隧道的稳定性 影响最大,其他依次为双隧道间距、双隧道长度、 双隧道仰拱曲率以及开挖岩层的内聚力。

5 结论及措施

本文通过对双隧道影响的5种不同影响因素进行 分析,得到以下结论:

(1)随着拱顶曲率的增加,隧道顶部最大主应 力的叠加现象逐渐减弱,且其双隧道中部岩柱的最 大垂直应力逐渐增加,其拱顶的最大垂直位移也明 显降低,且当隧道曲率为0.18时,拱顶的位移发生 "断崖式"下降,由此可知,隧道随着曲率的增加, 其拱顶位移、最大主应力以及最大垂直应力均呈下 降趋势,其中部岩柱的最大垂直应力呈上升趋势。

(2)随着双隧道间距的增加,隧道顶部最大主应力分布状态基本没有发生改变,且拱顶最大垂直应力基本保持不变,但是中部岩柱的最大垂直应力呈现近似"对数函数"的增长趋势。

= $(0.5224, 0.2644, 0.0122, 0.0393, 0.1618)^{T}$

(3)随着岩层内聚力的改变,双隧道开挖时, 其最大主应力的分布状态、中部岩柱和拱顶的最 大垂直应力以及拱顶最大垂直位移几乎没有发生 变化。

(4)随着隧道仰拱曲率的增加,隧道仰拱处的 最大主应力产生的应力集中现象逐渐降低,其中部 岩柱和拱顶的最大垂直应力基本保持不变,其拱顶 最大垂直位移有所增加,但增加量相对较低。

(5)随着双隧道长度的增加,隧道拱顶最大主应力集中区域基本不变,但其应力逐渐降低,中部 岩柱和拱顶最大垂直应力均随着隧道长度的增加而 表现出稳步增长的趋势,增长幅度相对较低。其拱 顶最大垂直位位移呈下降趋势。

(6)根据判断矩阵的敏感性分析可知,5种双隧道开挖的制约因素中,拱顶曲率的变化对双隧道开挖的敏感性最高,因此双隧道的开挖设计应严格按照优先设计拱顶曲率的角度出发,对双隧道进行全面的设计,以满足双隧道开挖时保持良好的稳定性。

经上价 经主水利

建筑异型节点极限承载特征多尺度非线性数值模拟 方法,实验结果表明该方法能够最大程度还原出异 型节点的实际力学特征,对于节点维护具有重要 意义。

参考文献

- [1] 周耀彬,杜小艺,付波,等. 罕遇地震作用下某超限钢结构建筑转换桁架复杂节点有限元分析 [J].结构工程师, 2022,38 (1):195-202.
- [2] 陈红磊,陈琛,李国强.模块化建筑钢结构模块间新型节点及其承载性能[J].建筑钢结构进展,2022,24 (4): 15-23.
- [3] 乔海洋,兰涛,丁敏,等.钢结构温室大棚夹箍T形节点极 限承载力研究 [J].工业建筑,2021,51 (3):115-120.
- [4] 宋玉华.高层建筑钢结构梁柱节点的冲击荷载性能研究[J].兵器材料科学与工程,2020,43 (3):43-46.
- [5] 王小安, 王明亮, 秦鹏飞. 面向高承载力需求的超高层建

entre a contraction and the contraction of the cont

(上接第112页)

参考文献

- [1] 燕永平.软岩地区双隧道开挖的应力应变特征及动力响应 研究 [J].铁道建筑技术,2022 (7):106-110.
- [2] 康跃明.高地应力双隧道施工围岩应力变化规律数值模拟 研究 [J].能源与环保,2022,44 (6):272-278..
- [3] 孟宪聪,张谢东,武林,等.列车作用下双隧道轨枕与衬 砌的动力响应分析 [J].现代隧道技术,2022,59 (3): 99-106.
- [4] 孙纬宇, 严松宏, 汪精河, 等. SV 波不同角度入射下近接 双隧道的地震响应分析 [J].东南大学学报(自然科学版), 2019, 49 (5): 956-963.
- [5] 李延涛,胡国星,宗金辉,等.地下水条件下平行双隧道 对场地地震反应影响的分析 [J].科学技术与工程,2019, 19 (17): 280-286.
- [6] 李文新,林岱. 基于 FLAC 3D 对某双隧道地压及围岩破坏 分析 [J]. 矿冶, 2017, 26 (4): 27-30.
- [7] 马少坤, 邵羽, 刘莹, 等. 不同埋深盾构双隧道及开挖顺

筑施工临时钢结构支撑体系研究 [J]. 建筑结构, 2022, 52 (12): 109-114, 126.

- [6] 谭杰,舒兴平,张再华.新型榫卯钢结构梁柱边节点承载力 试验及有限元分析 [J].建筑结构,2021,51 (2):50-56.
- [7] 杨昕光,李吉娃,徐海翔,等.安全壳结构内压极限承载 能力分析 [J].工业建筑,2021,51 (12):74-78.
- [8] 盛鹰, 贾彬, 王汝恒, 等.基于内聚力模型的复合裂纹耦合扩展多尺度数值模拟研究与实验验证 [J].材料导报, 2022, 36 (4): 199-208.
- [9] 谢家冲,王金昌,林志军,等.弥散裂缝模型在盾构管片 非线性数值模拟中的适用性分析 [J].新型建筑材料, 2021,48 (9):30-35,40.
- [10] 赵杨, 郭玉荣. 基于随机骨料模型的钢筋混凝土柱多尺度数值模拟 [J]. 公路工程, 2020, 45 (4): 74-78, 91.
- [11] 陆近涛.建筑用钢结构梁柱节点受力分析 [J]. 兵器材料 科学与工程, 2020, 43 (6): 102-105.
- [12] 杨智皓,路晓辉,兰箭,等.环件轧制多尺度数值模拟研究进展[J].塑性工程学报,2022,29 (3):1-12.

序对临近管线的影响研究 [J]. 岩土力学, 2017, 38 (9): 2487-2495.

- [8] 梁建文,于军港,张季,等.基于黏弹性边界的地铁双隧 道地震响应分析 [J].土木工程学报,2014,47 (S1): 274-279.
- [9] 朱合华,蔡武强,梁文灏.GZZ岩体强度三维分析理论与深 埋隧道应力控制设计分析方法 [J/OL].岩石力学与工程 学报,2023,42 (1) 1-27.
- [10] 张琳,邱琼,薛子斌,等.新建隧道施工引起下卧既有隧道
 结构位移变化规律研究 [J].北方交通,2022 (9):71-74.
- [11] 吉彪. 矿井采空区地表塌陷的机理分析 [J]. 山西能源学 院学报, 2018, 31 (5): 1-3, 6.
- GAO J, HE T, HUO Y, et al. Comparison of Modified Mohr-Coulomb Model and Bai-Wierzbicki Model for Constructing 3D Ductile Fracture Envelope of AA6063 [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2021, 34 (2): 233-245.